Федеральное агентство по образованию

АССОЦИАЦИЯ КАФЕДР ФИЗИКИ ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗов РОССИИ

Л.А. Лаушкина, Г.Э. Солохина, М.В. Черкасова

Практический курс физики

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

Под редакцией проф. Г.Г. Спирина

Допущено Министерством образования Российской Федерации в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлениям и специальностям в области техники и технологии

Москва

ББК 16.4.1
Л69

Рецензенты:
Кафедра физики МГТУ ГА, зав. кафедрой: доктор технических наук, профессор Камзолов С.К.
Доктор технических наук, профессор МАИ Галицейский Б.М.

Л69 Лаушкина Л.А., Солохина Г.Э., Черкасова М.В.

Практический курс физики. Молекулярная физика и термодинамика/ Под ред. проф. Г.Г.Спирина. - М.: ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 2008. - 156 с.: ил.

Данное пособие разработано в соответствии с программой курса физики для ВТУЗов по разделу “Молекулярная физика и термодинамика” и состоит из шести глав. Каждая глава включает в себя краткое теоретическое введение, разбор типовых задач по рассматриваемому вопросу и подборку задач для самостоятельного решения.

Задачи могут быть использованы для проведения практических занятий со студентами, при составлении контрольных работ и домашних заданий. В конце пособия приводятся ответы к задачам для самостоятельного решения.

Предназначено для студентов дневного и вечернего отделений.

ISBN 978-5-903111-12-1

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее учебное пособие посвящено разделу “Молекулярная физика и термодинамика” по программе курса общей физики для ВТУЗов. Целью пособия служит приобретение студентами практического навыка в решении физических задач по данному разделу.

Пособие состоит из шести глав. Каждая глава начинается с краткого теоретического введения, в котором приведены основные физические понятия и законы. Далее излагается подробное решение типовых задач с соответствующими методическими указаниями.

В конце каждой главы подобраны задачи для самостоятельного решения, ответы к которым приводятся в заключительной части пособия. По этим задачам на кафедре составлены индивидуальные домашние задания для студентов всех факультетов.

Авторы выражают благодарность преподавателям кафедры физики МАИ, участвовавшим в издании предыдущего пособия “Практический курс физики. Молекулярная физика и термодинамика” под редакцией Мартыненко Т.П. Их ценный опыт и методические наработки были учтены при подготовке данного издания.

Авторы будут признательны за критические замечания и рекомендации, которые послужат улучшению качества этой работы. Пожелания направлять по адресу: 125871, Москва, Волоколамское шоссе, д.4, МАИ, кафедра физики, по электронному адресу: Spirinas@mail.ru, или по телефонам: (8-499) 158-42-71, 158-46-43.

1. ИДЕАЛЬНЫЙ ГАЗ

Основные понятия и законы

Согласно молекулярно – кинетическим представлениям все вещества состоят из большого числа молекул. Для изучения таких систем используют два метода: статистический и термодинамический.

Статистический метод основан на законах теории вероятности и математической статистики.

Термодинамический метод основан на законе сохранения и превращения энергии. Этот метод описывает равновесные состояния термодинамической системы. Термодинамической системой называется система, состоящая из большого числа микрочастиц. Для описания поведения термодинамической системы используют термодинамические параметры: давление – P, температуру – T и объем V. Для равновесных состояний эти параметры постоянны и одинаковы по всему объему.

Количество вещества термодинамической системы

$$\nu = \frac{N}{N_A}, \qquad (1.1)$$

где N – число частиц системы; $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ – число Авогадро.

Молярная масса вещества – это масса одного моля, т.е. числа Авогадро молекул

$$\mu = m_0 N_A, \qquad (1.2)$$

где m_0 – масса молекулы, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$ – число Авогадро. Молярную массу любого вещества можно подсчитать, используя таблицу Менделеева

$$\mu = (\sum_{i=1}^{k} A_i) \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27} \cdot N_A = (\sum_{i=1}^{k} A_i) \cdot 10^{-3}, \qquad (1.3)$$

где $(\sum_{i=1}^{k} A_i)$ - относительная молярная масса, равная сумме относительных атомных масс k элементов, входящих в состав молекулы; $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ - множитель, выражающий массу молекулы в кг (1 а.е.м. = $1{,}66 \cdot 10^{-27}$ кг).

Число молекул в массе вещества m

$$N = \frac{m}{\mu} N_A. \qquad (1.4)$$

Концентрация частиц (молекул и атомов) однородной системы

$$n = \frac{N}{V} = \frac{\rho}{\mu} N_A, \qquad (1.5)$$

где V – объем системы; ρ - плотность.

Простейшей термодинамической системой является *идеальный газ*, т.е. газ, молекулы которого рассматриваются как материальные точки, между которыми отсутствуют силы взаимодействия. Чем более разрежен газ, тем его свойства ближе к идеальному.

Основное уравнение молекулярно – кинетической теории связывает давление газа со средней кинетической энергией движения его молекулы

$$P = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon \rangle, \qquad (1.6)$$

где $n = \frac{N}{V}$ - концентрация молекул; $\langle \varepsilon \rangle = \left\langle \frac{m_0 v^2}{2} \right\rangle$ - кинетическая энергия поступательного движения молекулы, усредненная по всем N молекулам газа.

Средняя энергия движения молекулы связана с температурой

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT, \qquad (1.7)$$

где $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Сравнивая формулу (1.7) со средней энергией движения молекулы $\left\langle \frac{m_0 v^2}{2} \right\rangle = \frac{3}{2} kT$, можно получить скорость теплового движения молекулы (среднюю квадратичную скорость молекулы)

$$v_{ср.кв.} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}, \qquad (1.8)$$

где R = 8,31 Дж/(К моль) – универсальная газовая постоянная.

Подставляя (1.7) в (1.6), получим связь давления идеального газа с температурой

$$P = nkT. \qquad (1.9)$$

Уравнение (1.9) называется *уравнением состояния идеального газа,* причем в записанной форме оно не содержит специфических свойств газа. Если газ состоит из N одинаковых молекул, то концентрацию газа можно представить в виде

$$n = \frac{N}{V} = \frac{(m/\mu)}{V} N_A = \frac{\nu N_A}{V}, \qquad (1.10)$$

где $\nu = m/\mu$ - число молей газа. Подставляя (1.10) в (1.9) и, учитывая, что $kN_A = R$, получим уравнение состояния идеального газа, связывающее три основных термодинамический параметра, которое называют *уравнением Менделеева — Клапейрона*

$$PV = \frac{m}{\mu} RT \quad \text{или} \quad PV = \nu RT. \qquad (1.11)$$

В это уравнение входит свойство конкретного газа – его молярная масса. Уравнение Менделеева - Клапейрона можно записать через плотность газа ($\rho = m / V$):

$$P = \frac{\rho}{\mu} RT . \qquad (1.12)$$

Из уравнения (1.12) видно, что плотность газа не является постоянной, а зависит от давления P и температуры T.

Переход термодинамической системы (газа) из одного состояния в другое называют *термодинамическим процессом*. Термодинамический метод, как уже указывалось, позволяет описывать только *равновесные процессы*, происходящие столь медленно, что система проходит через последовательность равновесных состояний.

*Изопроцессом*_идеального газа называется любое изменение его состояния при постоянстве массы m (числа молей ν) и одного из трех параметров: P, V, или T.

1) *T = const- изотермический процесс – закон Бойля - Мариотта.* Уравнение изотермического процесса

$$PV = \text{const} . \qquad (1.13)$$

Графики изотермического процесса в различных координатах имеют вид:

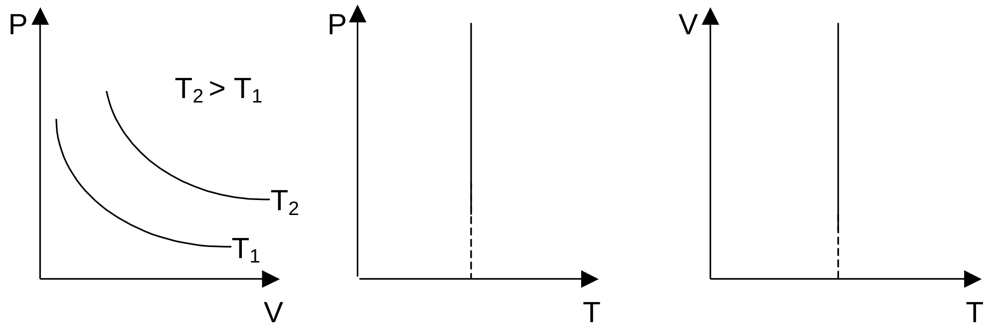


Рис. 1.1

2) *V = const – изохорический (изохорный) процесс – закон Шарля*. Уравнение изохорического процесса

$$P / T = \text{const} . \qquad (1.14)$$

Графики изохорического процесса в различных координатах имеют вид:

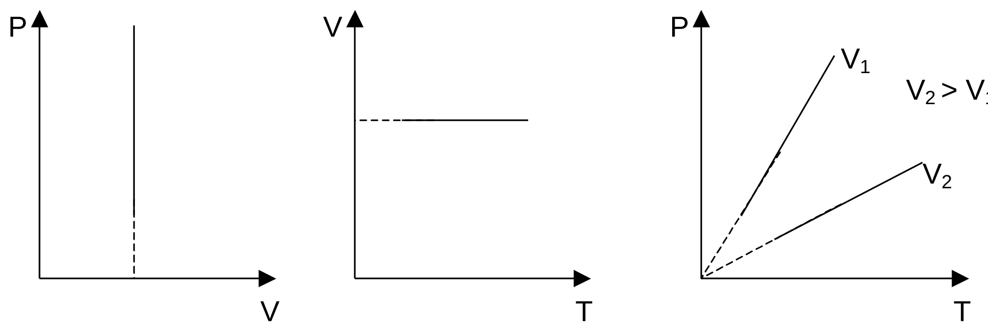


Рис. 1.2

3) *<u>P = const –изобарический (изобарный) процесс – закон Гей-Люссака.</u>* Уравнение изобарического процесса

$$V / T = \text{const} . \qquad (1.15)$$

Графики изобарического процесса в различных координатах имеют вид:

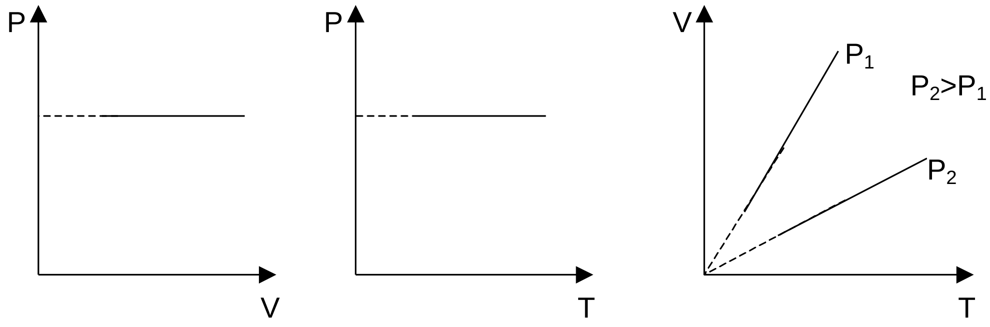


Рис. 1.3

Для смеси газов, находящихся в равновесии, *уравнение Менделеева – Клапейрона* можно записать в виде

$$P_{см}V = \frac{m_{см}}{\mu_{см}}RT \qquad \text{или} \qquad P_{см}V = \nu_{см}RT . \qquad (1.16)$$

В этой формуле $P_{см}$ – давление смеси, которое по закону Дальтона равно сумме парциальных давлений ее компонент

$$P = P_1 + P_2 + ... + P_n , \qquad (1.17)$$

$\nu_{см}$ – число молей в смеси, равное

$$\nu_{см} = \nu_1 + \nu_2 + ... + \nu_n ; \qquad (1.18)$$

$m_{см}$ – масса смеси; $\mu_{см}$ - молярная масса смеси. Молярная масса смеси находится по формуле:

$$\mu_{см} = \frac{\sum_{i=1}^{k} m_i}{\sum_{i=1}^{k} \nu_i} , \qquad (1.19)$$

где m_i - масса i – ого компонента смеси; ν_i - количество вещества i – ого компонента смеси; k – число компонентов смеси.

Уравнение состояния для смеси можно записать через концентрации атомов

$$P_{см} = (n_1 + n_2 + ... + n_3)kT , \qquad (1.20)$$

где n_i – концентрации отдельных компонентов смеси.

Массовая доля компонента в смеси

$$\alpha_i = \frac{m_i}{m_{см}} . \qquad (1.21)$$

Примеры решения задач

Задача 1.1 Какую часть объема одного моля газа при нормальных условиях занимает собственный объем его молекул и каково среднее расстояние $\langle L \rangle$ между ними? Диаметр молекул газа d = $3{\cdot}10^{-10}$ м.

Решение

Собственный объем молекул одного моля (ν = 1 моль) газа равен

$$V = \frac{\pi d^3}{6} N_A = \frac{3{,}14 \cdot (3 \cdot 10^{-10})^3}{6} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 8{,}1 \cdot 10^{-6}\,\text{м}^3.$$

Объем одного моля газа при нормальных условиях, т.е. при давлении P_0 = 10^5 Па и температуре T_0 = 273 К определим из уравнения Менделеева – Клапейрона (1.11):

$$V_0 = \frac{RT_0}{P_0} = \frac{8{,}31 \cdot 273}{10^5} = 22{,}4 \cdot 10^{-3}\,\text{м}^3.$$

Следовательно,

$$\frac{V}{V_0} = \frac{8{,}1 \cdot 10^{-6}}{22{,}4 \cdot 10^{-3}} = 4{\cdot}10^{-4}.$$

Вследствие малости относительного объема, при описании модели идеального газа собственным объемом молекул газа можно пренебречь.

Оценим величину среднего расстояния между молекулами. Объем, приходящийся на одну молекулу, равен

$$v_1 = \frac{V_0}{N_A} = \frac{22{,}4 \cdot 10^{-3}}{6{,}02 \cdot 10^{23}} = 3{,}72 \cdot 10^{-26}\,\text{м}^3.$$

А среднее расстояние между молекулами равно:

$$\langle L \rangle = \sqrt[3]{v_1} = \sqrt[3]{3{,}72 \cdot 10^{-26}} = 3{,}3 \cdot 10^{-9}\,\text{м},$$

т.е. расстояние между молекулами на порядок больше их размеров.

Задача 1.2 Идеальный одноатомный газ занимает объем V = 5 л. Температура газа Т = 300 К, плотность газа ρ = 1,2 кг/м^3, средняя квадратичная скорость движения его молекул равна $v_{ср.кв}$ = 500 м/с. Определить концентрацию молекул газа и суммарную кинетическую энергию движения молекул.

Решение

Концентрацию молекул идеального газа можно найти следующим образом:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{mN_A}{\mu V} = \frac{\rho N_A}{\mu}.$$

Так как средняя квадратичная скорость молекул (1.8)

$$v_{ср.кв} = \sqrt{3RT/\mu},$$

то молярная масса

$$\mu = \frac{3RT}{v^2_{ср.кв.}}.$$

Следовательно,

$$n = \frac{\rho N_A v^2_{ср.кв.}}{3RT} = \frac{1{,}2 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}(500)^2}{3 \cdot 8{,}31 \cdot 300} = 2{,}4 \cdot 10^{25}\ м^{-3}.$$

Средняя кинетическая энергия движения одной молекулы (1.7)

$$\langle\varepsilon\rangle = \frac{3}{2}kT.$$

Энергия движения всех молекул

$$E = N \cdot \langle\varepsilon\rangle = \frac{m}{\mu}N_A \cdot \frac{3}{2}kT = \frac{3}{2}\frac{m}{\mu}RT.$$

Подставляя в формулу для энергии массу газа

$$m = \rho V,$$

получаем

$$E = \frac{3}{2}\frac{\rho V \cdot v^2_{ср.кв}RT}{3RT} = \frac{\rho V \cdot v^2_{ср.кв}}{2} = \frac{1{,}2 \cdot 5 \cdot 10^{-3}(500)^2}{2} = 750\ Дж.$$

<u>Задача 1.3</u> Цилиндрический закрытый с обоих торцов горизонтально расположенный сосуд длиной L = 85 см разделен на две части легкоподвижным поршнем. При каком положении поршня давление в обеих частях сосуда будет одинаково, если одна часть заполнена кислородом, а другая – такой же массой водорода? Молярная масса кислорода μ_1 = 0,032 кг/моль, водорода μ_2 = 0,002 кг/моль. Температуры газов одинаковы.

Решение

Из условия равновесия поршня давления газов будут одинаковы. Обозначим длину части сосуда, в которой находится кислород, через x, тогда водородом заполнена часть сосуда, длиной L-x. Объемы этих частей сосуда соответственно равны V_1 = xS и V_2 = (L-x)S, где S – площадь поперечного сечения сосуда. Так как поршень находится в равновесии, то давления в обеих частях сосуда одинаковы. Уравнение состояния для кислорода и водорода:

$$PxS = \frac{m}{\mu_1}RT; \qquad P(L-x) = \frac{m}{\mu_2}RT,$$

где m– одинаковые по условию задачи массы кислорода и водорода.

Поделив одно уравнение на другое, получим:

$$\frac{x}{L-x} = \frac{\mu_2}{\mu_1}.$$

Отсюда

$$x = \frac{L\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} = \frac{0{,}85 \cdot 0{,}002}{0{,}032 + 0{,}002} = 0{,}05 \text{ м}.$$

Т.е. поршень находится на расстоянии x = 0,05 м от конца той части цилиндра, в которой находится кислород.

Задача 1.4 В баллоне объемом V = 10 л находится гелий под давлением P_1 = 1 МПа при температуре T_1 = 300 К. После того, как из баллона был израсходован гелий массой m = 10 г, температура в баллоне понизилась до T_2 = 290 К. Определить давление P_2 гелия, оставшегося в баллоне. Молярная масса гелия μ = 0,004 кг/моль.

Решение

Запишем уравнение Менделеева – Клапейрона (1.11) для начального и конечного состояний газа:

$$P_1 V = \frac{m_1}{\mu} RT_1, \quad P_2 V = \frac{m_2}{\mu} RT_2.$$

Выразим массы гелия в начальном и конечном состояниях газа

$$m_1 = \frac{\mu P_1 V}{RT_1} \quad \text{и} \quad m_2 = \frac{\mu P_2 V}{RT_2}.$$

Вычитая массы, получим массу израсходованного гелия

$$m = m_1 - m_2 = \frac{\mu P_1 V}{RT_1} - \frac{\mu P_2 V}{RT_2}.$$

Отсюда найдем искомое давление

$$P_2 = \frac{RT_2}{\mu V}\left(\frac{\mu P_1 V}{RT_1} - m\right) = P_1 \frac{T_2}{T_1} - \frac{m}{\mu}\frac{RT_2}{V} =$$

$$= 10^6 \frac{290}{300} - \frac{10^{-3} \cdot 8{,}31 \cdot 290}{0{,}004 \cdot 10^{-2}} = 364 \text{кПа}.$$

Задача 1.5 Камеру автомобильной шины накачивают с помощью насоса, работающего от двигателя. Сколько времени потребуется, чтобы накачать камеру от давления P_0 = 10^5 Па до давления P = 0,5 МПа, если объем камеры V = 6 л, при каждом ходе насос захватывает из атмосферы столб воздуха высотой h = 10 см и диаметром d = 10 см. Время одного качания τ = 1,5 с. Температуру считать постоянной.

Решение

Объем воздуха, засасываемого при каждом ходе насоса, $V_0 = h\pi d^2/4$, его давление P_0.

Парциальное давление каждой засасываемой массы воздуха можно найти по уравнению изотермического процесса:

$$P' = V_0 P_0 / V.$$

Сумма парциальных давлений всех порций воздуха, добавляемых в камеру за n ходов насоса равна

$$nP' = \frac{n\pi d^2 h}{4V} P_0.$$

Сложив эту величину с начальным давлением P_0 в камере, найдем конечное давление:

$$P = P_0 + \frac{n\pi d^2 h P_0}{4V}.$$

Отсюда число ходов насоса, необходимых для получения давления P в камере:

$$n = \frac{4V(P - P_0)}{\pi d^2 h P_0}.$$

Время откачивания камеры

$$t = n\tau = \frac{4V\tau(P - P_0)}{\pi d^2 h P_0} = \frac{4 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}5 \cdot (0{,}5 \cdot 10^6 - 10^5)}{3{,}14 \cdot 0{,}1^2 \cdot 0{,}1 \cdot 10^5} = 46\,\text{с}.$$

<u>Задача 1.6</u> Сосуд объемом V необходимо откачать от давления P_0 до давления P с помощью поршневого насоса, имеющего объем рабочей камеры V_0. За сколько циклов работы насоса это можно сделать? Температуру считать постоянной.

Решение

Перед засасыванием объем воздуха равен объему сосуда, а давление его P_0. В конце первого цикла засасывания объем воздуха складывается из объема сосуда и объема засасывающей камеры насоса:

$$V_1 = V + V_0,$$

а его давление становится равным P_1. Согласно уравнению изотермического процесса $P_0 V = P_1(V + V_0)$, откуда

$$P_1 = P_0 \frac{V}{V + V_0}.$$

При втором цикле откачивания роль начального давления будет играть P_1, поэтому

$$P_2 = P_1 \frac{V}{V + V_0} = P_0 \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^2.$$

При третьем цикле начальное давление будет P_2. Следовательно,

$$P_3 = P_2 \frac{V}{V + V_0} = P_0 \left(\frac{V}{V + V_0} \right)^3,$$

и т.д. После n циклов давление будет равно:

$$P = P_0\left(\frac{V}{V+V_0}\right)^n;\ \text{отсюда}\ \frac{P}{P_0} = \left(\frac{V}{V+V_0}\right)^n.$$

Логарифмируя, найдем

$$\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = n\ln\left(\frac{V}{V+V_0}\right).$$

Окончательно для числа циклов n получим:

$$n = \frac{\ln(P/P_0)}{\ln\left(\frac{V}{V+V_0}\right)}.$$

<u>Задача 1.7</u> Плотность смеси гелия и аргона при давлении $P = 1{,}5\cdot10^5$ Па и температуре $t = 27^0C$ равна $\rho = 2$ кг/м^3. Определить концентрацию атомов гелия в смеси газов. Молярная масса гелия $\mu_1 = 0{,}004$ кг/моль, аргона - $\mu_2 = 0{,}04$ кг/моль.

Решение

Масса смеси равна

$$m = m_1 + m_2.$$

Разделив левую и правую часть этого соотношения на объем смеси, получим:

$$\rho = \rho_1 + \rho_2.$$

Выражая плотности ρ_1 и ρ_2 через концентрации атомов (1.5), получаем:

$$\rho_1 = \frac{\mu_1 n_1}{N_A} \quad \text{и} \quad \rho_2 = \frac{\mu_2 n_2}{N_A}.$$

Подставляя плотности ρ_1 и ρ_2 в плотность смеси, можно получить выражение для концентрации атомов гелия:

$$n_2 = \frac{\rho N_A}{\mu_2} - n_1\frac{\mu_1}{\mu_2}.$$

Из уравнения состояния для смеси, записанного через концентрации (1.20):

$$P = (n_1 + n_2)kT,$$

выразим концентрацию атомов гелия:

$$n_2 = P/kT - n_1.$$

Сравнивая выражения для n_2, получим:

$$\rho\frac{N_A}{\mu_2} - n_1\frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{P}{kT} - n_1,$$

отсюда

$$n_1 = \left(\frac{P}{kT} - \frac{\rho N_A}{\mu_2}\right)\left(1 - \frac{\mu_1}{\mu_2}\right) =$$

$$= \left(\frac{1{,}5 \cdot 10^5}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} - \frac{2 \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23}}{0{,}04} \right) \left(1 - \frac{0{,}004}{0{,}04} \right) = 5{,}6 \cdot 10^{24}\ \text{м}^{-3}.$$

<u>Задача 1.8</u> Тонкостенный резиновый шар радиусом r_1 = 0,02 м наполнен воздухом при температуре $t_1 = 20^0$С и давлении $P_1 = 10^5$ Па. Определить радиус шара r_2, если его опустить в воду с температурой $t_2 = 4^0$С на глубину h = 20 м. Атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па. Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3.

Решение

Параметры воздуха в шаре после заполнения: давление P_1, объем $V_1 = 4\pi r_1^3/3$, температура T_1. Параметры воздуха в шаре на глубине h соответственно равны: давление $P_2 = P_0 + \rho g h$, объем $V_2 = 4\pi r_2^3/3$, температура T_2.

Запишем уравнения Менделеева – Клапейрона для этих двух состояний:

$$P_1 \frac{4}{3}\pi r_1^3 = \nu R T_1; \qquad (P_0 + \rho g h)\frac{4}{3}\pi r_2^3 = \nu R T_2.$$

Поделив уравнения друг на друга, можно найти r_2:

$$r_2 = r_1 \sqrt[3]{\frac{P_0 T_2}{(P_0 + \rho g h) T_1}} = 0{,}02 \sqrt[3]{\frac{10^5 \cdot 277}{(10^5 + 10^3 \cdot 10 \cdot 20) \cdot 293}} = 0{,}0137\ \text{м}.$$

<u>Задача 1.9</u> Определить наименьшее возможное давление ν = 1 моля идеального газа в процессе, происходящем по закону $T = T_0 + \alpha V^2$, где T_0 и α - положительные постоянные, V – объем газа.

Решение

Получим уравнение процесса, происходящего с газом в переменных P – V, для чего решим систему уравнений:

$$\begin{cases} T = T_0 + \alpha V^2 \\ PV = RT \end{cases}$$

и избавимся от температуры. Тогда зависимость давления от объема:

$$P = \frac{RT_0}{V} + R\alpha V.$$

Для нахождения наименьшего давления надо исследовать эту функцию на экстремум. Взяв производную от давления по объему ($\frac{dP}{dV} = 0$) и приравнивая ее к нулю, получим

$$P' = -\frac{RT_0}{V^2} + R\alpha = 0.$$

Т.е. газ достигает наименьшего давления при значении объема, равном:

$$V = \sqrt{\tau_0/\alpha}\,.$$

Подставляя это значение объема в уравнение процесса, полученное в P – V переменных, получим минимальное давление P_{min}:

$$P_{min} = 2R\sqrt{\alpha T_0}\,.$$

Задачи для самостоятельного решения

1.10 В баллоне объемом V = 3 л находится m = 4 г кислорода. Определить количество вещества ν, количество молекул N и их концентрацию n в баллоне. Молярная масса кислорода $\mu = 32\cdot10^{-3}$ кг/моль.

1.11 Определить число атомов N ртути и количество вещества ν, содержащихся в объеме V = 1 см^3 при температуре t = 27^0 С, если давление паров ртути P = 0,75 Па.

1.12 Одна треть молекул азота массой m = 10 г распалась на атомы. Определить полное число частиц N, находящихся в газе. Молярная масса азота $\mu = 28\cdot10^{-3}$ кг/моль.

1.13 В сосуде объемом V = 5 л находится однородный газ количеством вещества ν = 0,2 моля. Определить, какой это газ, если его плотность ρ = 1,12 кг/м^3.

1.14 В сосуде объемом V = 5 л находится кислород, концентрация молекул которого равна n = 9,41·10^{23} м$^{-3}$. Определить массу газа m. Молярная масса кислорода $\mu = 32\cdot10^{-3}$ кг/моль.

1.15 Рассматривая молекулы жидкости как шарики, соприкасающиеся друг с другом, оценить порядок размера молекулы жидкого сероуглерода CS_2. Плотность сероуглерода равна ρ = 1,26·10^3 кг/м^3, молярная масса $\mu = 76\cdot10^{-3}$ кг/моль.

1.16 В сосуде объемом V = 48 дм^3 находится N_1 = 1,9·10^{24} молекул водорода, ν_2 = 3,5 моля азота и m_3 = 200 г аргона ($\mu_3 = 40\cdot10^{-3}$ кг/моль). Определить среднее расстояние между молекулами смеси газов.

1.17 Радоновые ванны содержат N = 1,8·10^6 атомов радона на V = 1 дм^3 воды. На сколько молекул воды приходится атом радона? Плотность воды ρ = 10^3 кг/м^3, молярная масса $\mu = 18\cdot10^{-3}$ кг/моль.

1.18 Концентрация молекул в некоторой жидкости n = 2·10^{27} м$^{-3}$. Оцените, за какое время испарится эта жидкость, налитая в цилиндрический сосуд диаметром d = 10 см и высотой H = 3 см. Скорость испарения жидкости из сосуда считать постоянной и равной $\Delta N/\Delta t = 5\cdot10^{20}$ 1/с.

1.19 В сосуде объемом V = 1,12 л находится азот при нормальных условиях. При нагревании до некоторой температуры 30% молекул распалось на атомы. Определить количество вещества ν азота после нагревания.

1.20 В сосуде объемом V = 8 л находится m = 8 г гелия ($\mu = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль) при давлении P = 10^5 Па. Определить количество молекул гелия в сосуде и их полную кинетическую энергию.

1.21 На сколько изменилась температура аргона, если средняя кинетическая энергия его атома уменьшилась в k = 1,2 раза? Начальная температура аргона T_0 = 400 К.

1.22 Чему равна средняя кинетическая энергия движения молекулы аргона, если ν = 2 моля этого газа в баллоне объемом V = 10 л создают давление P = 10^6 Па?

1.23 В сосуде объемом V = 20 см^3 при температуре t = 27^{0}С и давлении P = 10^4 Па находится идеальный одноатомный газ. Определить число атомов в сосуде и их суммарную кинетическую энергию.

1.24 При некоторой температуре молекулы кислорода имеют среднюю квадратичную скорость $v_{ср.кв.1}$ = 460 м/с. Какова при этой температуре средняя квадратичная скорость $v_{ср.кв.2}$ молекул азота? Молярная масса кислорода μ_1 = 0,032 кг/моль, азота μ_2 = 0,028 кг/моль.

1.25 В закрытом сосуде находится идеальный газ. На сколько процентов изменится его давление, если средняя квадратичная скорость его молекул увеличится на 20%?

1.26 Давление идеального газа после его нагревания в закрытом сосуде увеличилось в k = 16 раз. Во сколько раз изменилась средняя квадратичная скорость его молекул?

1.27 Каково давление идеального газа, если его плотность равна ρ = 3 кг/м^3, а средняя скорость его молекул $v_{ср.кв.}$ = 100 м/с?

1.28 Средняя квадратичная скорость молекул некоторого газа при температуре T = 296 К равна $v_{ср.кв.}$ = 480 м/с. Сколько молекул содержится в m = 10 г этого газа?

1.29 Давление воздуха внутри плотно закупоренной бутылки при температуре t_1 = 7^{0}С было P_1 = 100 кПа. При нагревании бутылки пробка вылетела. До какой температуры t_2 нагрели бутылку, если известно, что пробка вылетела при давлении воздуха в бутылке P_2 = 130 кПа.

1.30 Найти массу воздуха ($\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль), заполняющего аудиторию высотой h = 5 м и площадью пола S = 200 м^3. Давление воздуха P = 10^5 Па, температура в помещении t = 17^{0}С.

1.31 В цилиндре длиной L = 1,6 м, заполненном воздухом при нормальном атмосферном давлении P_0 = 10^5 Па, начали медленно вдвигать поршень площадью S = 200 см^2. Определить силу F, которая будет действовать на поршень, если его остановить на расстоянии h = 10 см от дна цилиндра.

1.32 Во сколько раз плотность ρ_1 воздуха, заполняющего помещение зимой (t_1 = 7^{0}С), больше его плотности ρ_2 летом (t_2 = 27^{0}С)? Давление газа считать постоянным.

1.33 Некоторый газ при температуре t = 10^{0}С и давлении P = 200 кПа имеет плотность ρ = 0,34 кг/м^3. Определить, что это за газ.

1.34 Масса m = 12 г газа занимает объем V = 4 л при температуре t_1 = 7^{0}С. После нагревания газа при постоянном давлении его плотность стала равной ρ_2 = 0,6 кг/м^3. До какой температуры T_2 нагрели газ?

1.35 Масса m = 10 г кислорода ($\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль) находится при давлении P = 304 кПа и температуре t_1 = 10^{0}С. После нагревания при постоянном давлении кислород занял объем V_2 = 10 л. Определить объем газа до расширения V_1, температуру T_2 газа после расширения, плотности газа ρ_1 и ρ_2 до и после расширения.

1.36 При повышении температуры на ΔT = 3 К объем газа увеличился на α = 1 %. Какова была начальная температура газа, если процесс протекал изобарически?

1.37 При сгорании топлива в цилиндре дизельного двигателя во время предварительного расширения объем газа увеличился в n = 2,2 раза при постоянном давлении. Определить изменение температуры газа, если начальная температура была равна T = 1650 К.

1.38 Воздушный шарик внесли с улицы, где температура воздуха была t_1 = –13^{0}С, в комнату с температурой t_2 = 17^{0}С? На сколько процентов изменится объем шарика? Натяжением резины пренебречь.

1.39 Баллон, содержащий m_1 = 1,45 кг азота, при испытании лопнул при температуре t_1 = 427^{0}С. Какую массу кислорода m_2 можно хранить в таком же баллоне при температуре t_2 = 17^{0}С, имея четырехкратный запас прочности (т.е. давление в баллоне не должно превышать одной четвертой значения давления, при котором баллон разрушается)? Молярная масса азота μ_1 = 0,028 кг/моль, μ_2 = 0,032 кг/моль.

1.40 Баллон содержит сжатый идеальный газ при температуре t_1 = 27^{0}С и давлении P_1 = 0,2 МПа. Каким будет давление P_2 в баллоне, когда из него будет выпущено α = 0,7 массы газа, а температура понизится до t_2 = 0^{0}С?

1.41 В баллоне емкостью V = 0,5 м^3 находится идеальный газ при температуре t = 27^{0}С. Вследствие утечки давление снизилось на ΔP = 10^3 Па. Какое количество молекул вышло из баллона, если температура газа не изменилась?

1.42 Из баллона выпустили Δm = 2 г идеального газа, в результате чего давление уменьшилось на α = 10%. Определить объем баллона, если вначале плотность газа была равна $\rho = 2 \cdot 10^{-4}$ г/см^3. Температура газа постоянна.

1.43 Стеклянная колба с воздухом при атмосферном давлении $P_0 = 10^5$ Па взвешена при температуре $t_1 = 80^0$С. Воздух в колбе нагревают до $t_2 = 185$ºС. При последующем взвешивании колба оказалась на $\Delta m = 0{,}25$ г легче. Чему равен объем колбы V? Молярная масса воздуха $\mu = 0{,}029$ кг/моль.

1.44 При аэродинамическом торможении в атмосфере планеты температура внутри автоматического спускаемого аппарата увеличилась с $t_1 = 20^0$С до $t_2 = 80^0$С. Какую часть воздуха необходимо выпустить, чтобы давление внутри аппарата не изменилось?

1.45 Аэростат наполнен водородом при нормальном атмосферном давлении $P_0 = 10^5$ Па и температуре $t_0 = 15^0$С. В солнечный день температура водорода поднялась до $t = 37^0$С. Чтобы давление в оболочке не изменилось, $\Delta m = 6$ кг водорода было выпущено через клапаны. Определить объем аэростата. Молярная масса водорода $\mu = 0{,}002$ кг/моль.

1.46 При уменьшении объема, занимаемого идеальным газом, на $\alpha = 10\%$, температура газа увеличилась на $\Delta t = 16^0$С, а давление возросло на $\beta = 20\%$. Какова начальная температура газа?

1.47 Определить, на сколько процентов изменилось количество газа в сосуде, если объем сосуда увеличился на $\alpha = 20\%$, давление возросло на $\beta = 10\%$, а температура увеличилась на $\gamma = 40\%$.

1.48 В сосуде объемом $V_1 = 4 \cdot 10^{-3}$ м^3 при давлении $P_1 = 1$ атм находится $m = 2$ г водорода ($\mu = 0{,}002$ кг/моль). Газ сжали. При этом давление газа стало равным $P_2 = 4$ атм, а объем уменьшился на $\Delta V = 2 \cdot 10^{-3}$ м^3. На сколько изменилась температура газа?

1.49 Перед стартом при нормальных условиях объем аэростата с эластичной оболочкой был равен $V_1 = 4000$ м^3. Аэростат поднялся на высоту, где давление составляет $P = 5 \cdot 10^4$ Па, а температура понижается до $t = -17^0$С. На сколько изменился объем аэростата? Натяжением материала оболочки пренебречь.

1.50 Эластичная оболочка метеозонда, заполненная гелием массой $m = 1$ кг при температуре $T = 300$ К, была пробита метеоритом. Сечение отверстия $S = 10$ мм^2. Через какое время из оболочки вытечет $\alpha = 50\%$ газа, если скорость истечения гелия через пробоину постоянна и равна $v = 5$ м/с, а объем оболочки меняется так, что плотность газа остается постоянной? Молярная масса гелия $\mu = 0{,}004$ кг/моль, атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па. Температуру гелия считать постоянной. Натяжением материала оболочки пренебречь.

1.51 По трубе сечением $S = 5 \cdot 10^{-4}$ м^2 течет углекислый газ ($\mu = 0{,}044$ кг/моль) под давлением $P = 3{,}92 \cdot 10^5$ Па при температуре $T = 280$ К. Определить среднюю скорость протекания газа по трубе, если через поперечное сечение за $t = 10$ минут протекает $m = 20$ кг газа.

1.52 Аэростат объемом $V = 300$ м^3 заполнен водородом при температуре $t = 20^0$C и давлении $P = 95$ кПа. Сколько времени продолжалось заполнение, если в аэростат каждую секунду поступало $\Delta m = 2{,}5$ г водорода? Молярная масса водорода равна $\mu = 0{,}002$ кг/моль.

1.53 В камеру футбольного мяча объемом $V = 2{,}5$ л накачивают воздух насосом, забирающим при каждом качании $V_0 = 0{,}15$ л атмосферного воздуха при давлении $P_0 = 10^5$ Па. Каково будет давление в камере мяча после $n = 50$ качаний, если камера вначале была пустой? Температуру воздуха считать постоянной.

1.54 Автомобильную камеру емкостью $V = 10$ л нужно накачать до давления $P = 2$ атм. Определить, сколько качаний следует сделать насосом, забирающим при каждом качании $V = 500$ см^3 воздуха из атмосферы, если камера вначале была заполнена воздухом при нормальном атмосферном давлении $P_0 = 10^5$ Па. Изменением температуры пренебречь.

1.55 Давление воздуха в резервуаре компрессора $P_0 = 10^5$ Па. Объем цилиндра компрессора в $k = 40$ раз меньше объема резервуара. Сколько качаний должен сделать поршень компрессора, чтобы давление в резервуаре стало $P = 4$ атм? Изменением температуры пренебречь.

1.56 После одного хода откачивающего поршневого насоса, объем рабочей камеры которого в $k = 2$ раза меньше объема откачиваемого сосуда, давление воздуха в сосуде упало до $P = 16$ кПа. Определить начальное давление газа в сосуде. Температуру считать постоянной.

1.57 Давление воздуха в сосуде было равно $P_0 = 10^5$ Па. После трех ходов откачивающего поршневого насоса давление воздуха упало до $P = 2$ кПа. Определить отношение объема сосуда к объему цилиндра поршневого насоса. Температуру считать постоянной.

1.58 Определить давление воздуха в откачиваемом сосуде как функцию времени t. Объем сосуда V, начальное давление в сосуде P_0. Скорость откачки равна C и не зависит от давления. Процесс откачки считать изотермическим.

1.59 Сосуд объемом $V = 87$ л откачивают насосом. Определить, через какое время давление в сосуде уменьшится в $n = 1000$ раз. Скорость откачки считать постоянной и равной $C = 10$ л/с. Процесс откачки – изотермический.

1.60 Идеальный газ, занимающий объем V_1 при давлении P_1 и температуре $T_1 = 300$ К, расширился изотермически до объема $V_2 = 2$ л. Затем давление газа было уменьшено изохорически в $k = 2$ раза. Далее газ расширился при постоянном давлении до объема $V_4 = 4$ л. Процессы, происходящие с

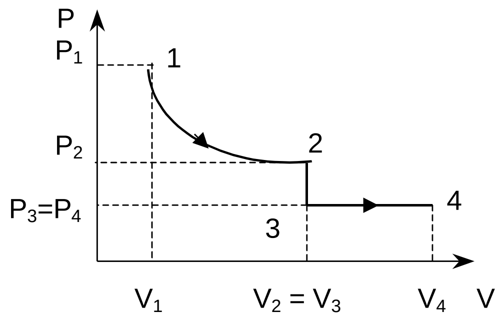


Рис. 1.4

газом, изображены на P – V диаграмме (рис.1.4). Определить конечную температуру газа T_4.

1.61 Идеальный газ сначала изотермически сжимают в k = 4 раза, а затем изобарически расширяют в n = 3 раза. Построить этот процесс на P – V, P – T и V – T диаграммах.

1.62 Начальные параметры газа P_0, V_0, T_0. Газ сначала изобарически расширили до объема V_1, после чего нагрели при постоянном объеме до давления P_2. Определить температуру T_2 в конечном состоянии.

1.63 Идеальный газ сначала изохорически нагрели до абсолютной температуры в два раза большей начальной, а затем изобарически температуру еще увеличили еще в два раза. Определить отношение конечного объема к начальному объему.

1.64 Идеальный газ, находящийся при температуре $t_1 = 127^0$C и давлении $P_1 = 4 \cdot 10^5$ Па, занимает первоначально объем $V_1 = 2$ л. Этот газ изотермически сжимают, затем изохорически охлаждают до температуры $t_3 = -73^0$C и далее изотермически доводят его объем до $V_4 = 1$л. Определить установившееся давление P_4 газа.

1.65 В вертикальном сосуде под поршнем находится m = 1 г азота. Площадь поршня S = 10 см^2, масса поршня M = 1 кг. Азот нагревают на $\Delta T = 10$ К. На сколько при этом поднимется поршень? Давление над поршнем нормальное $P_0 = 10^5$ Па. Молярная масса азота $\mu = 0{,}028$ кг/моль. Трением пренебречь.

1.66 В вертикальном, открытом сверху цилиндрическом сосуде, имеющем площадь поперечного сечения S = 100 см^2, под тяжелым поршнем находится m = 10 г кислорода. После увеличения температуры кислорода на $\Delta T = 50$ К поршень поднялся на h = 12 см. Определить массу поршня, если над поршнем давление $P_0 = 10^5$ Па. Трением поршня о стенки цилиндра пренебречь. Молярная масса кислорода $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

1.67 В вертикальном, открытом сверху цилиндре под поршнем находится воздух (рис.1.5). Поршень имеет форму, показанную на рисунке. Масса поршня M = 6 кг, площадь сечения S = 20 см^2, атмосферное давление $P_0 = 1$ атм. Определить массу груза, который надо положить на поршень, чтобы объем воздуха уменьшился в два раза? Температуру считать постоянной. Трения нет.

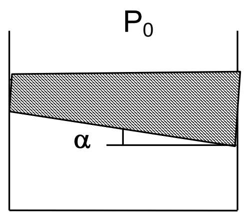


Рис. 1.5

1.68 В гладкой, открытой с обоих торцов вертикальной трубе, имеющей два разных сечения, находятся в равновесии два поршня, соединенные невесомой нерастяжимой нитью (см. рис.1.6). Между поршнями находится $\nu = 1$ моль идеального газа. Площадь сечения верхнего

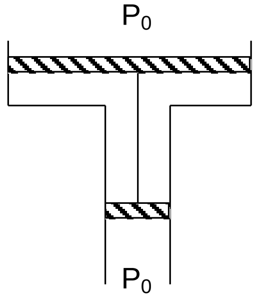


Рис. 1.6

поршня на $S = 10$ см^2 больше, чем нижнего. Общая масса поршней $m = 5$ кг. Давление наружного воздуха $P_0 = 1$ атм. На сколько градусов надо нагреть газ между поршнями, чтобы они переместились на расстояние $\Delta L = 5$ см?

1.69 Газ, находящийся в вертикальном, открытом сверху цилиндре под поршнем, нагрели при постоянном давлении так, что его объем увеличился в $n = 1{,}5$ раза. Затем поршень закрепили и нагрели газ так, что его давление возросло в $m = 2$ раза. Найти отношение конечной температуры к начальной.

1.70 Внутри закрытого с обоих торцов горизонтального цилиндра находится в равновесии тонкий поршень. С одной стороны поршня находится $m_1 = 2$ г водорода, с другой – $m_2 = 14$ г азота. Какую часть объема цилиндра занимает азот, если температуры газов одинаковы? Молярная масса водорода $\mu_1 = 0{,}002$ кг/моль, азота - $\mu_2 = 0{,}028$ кг/моль.

1.71 Цилиндрический, закрытый с обоих торцов, горизонтальный сосуд длиной $L_0 = 40$ см разделен на две части легким тонким поршнем, скользящим без трения. Поршень находится на расстоянии $L_1 = 26{,}7$ см от одного из торцов цилиндра. С одной стороны поршня находится водород (молярная масса $\mu_1 = 0{,}002$ кг/моль), а с другой – идеальный газ с неизвестной молярной массой μ_2. Определить μ_2 газа, если его масса равна массе водорода, а температуры газов одинаковы.

1.72 Закрытый с обоих торцов горизонтальный цилиндрический сосуд содержит идеальный газ при температуре $t = 0^0$C. Внутри сосуд перегорожен поршнем радиусом $r = 0{,}02$ м, не проводящим тепло, на две части объемами $V_1 = 10$ см^3 и $V_2 = 50$ см^3. Поршень находится в равновесии. На какое расстояние Δh переместится поршень, если газ, заключенный в большем объеме, нагреть на $\Delta T = 30$ К?

1.73 Закрытый с обоих торцов горизонтально расположенный цилиндрический сосуд разделен подвижным поршнем на две части, объемы которых относятся как один к двум. Температура газа в обеих частях одинакова и равна $T_0 = 300$ К. До какой температуры нужно нагреть газ в сосуде меньшего объема, чтобы отношение объемов изменилось на обратное? Поршень и сосуд теплоизолированы.

1.74 Определить период малых колебаний поршня массой m, разделяющего закрытый с обоих торцов цилиндрический сосуд сечением S на две равные части длиной L каждая. По обе стороны от поршня находится воздух при давлении P_0. Трения нет. Температуру считать неизменной.

1.75 Приближенно воздух можно считать смесью азота ($\alpha_1 = 80\%$ по массе) и кислорода ($\alpha_2 = 20\%$ по массе). Определить молярную массу воздуха. Молярная масса азота $\mu_1 = 28{\cdot}10^{-3}$ кг/моль, кислорода - $\mu_2 = 32{\cdot}10^{-3}$ кг/моль.

1.76 В баллоне объемом V = 7,5 л при температуре T = 300 К находится смесь газов: ν_1 = 0,1 моля кислорода (μ_1 = 0,032 кг/моль), ν_2 = 0,2 моля азота (μ_2 = 0,028 кг/моль) и ν_3 = 0,3 моля углекислого газа (μ_3 = 0,044 кг/моль). Считая газы идеальными, определить: 1) давление смеси; 2) молярную массу смеси.

1.77 Сосуд объемом V = 20 л содержит смесь водорода и гелия при температуре $t = 20^0$С и давлении P = 2 атм. Масса смеси m = 5 г. Найти отношение массы водорода к массе гелия в смеси. Молярная масса водорода $\mu_1 = 2\cdot10^{-3}$ кг/моль, гелия - $\mu_2 = 4\cdot10^{-3}$ кг/моль.

1.78 Определить плотность ρ газовой смеси водорода и кислорода, если их массовые доли равны соответственно α_1 = 1/9 и α_2 = 8/9. Давление смеси P = 100 кПа, температура смеси T = 300 К. Молярная масса водорода $\mu_1 = 2\cdot10^{-3}$ кг/моль, кислорода - $\mu_2 = 32\cdot10^{-3}$ кг/моль.

1.79 Смесь, состоящая из кислорода и азота, находится в баллоне под давлением P = 1 МПа. Определить парциальные давления кислорода P_1 и азота P_2, если массовая доля кислорода в смеси равна α_1 = 0,2. Молярная масса кислорода $\mu_1 = 32\cdot10^{-3}$ кг/моль, азота - $\mu_2 = 28\cdot10^{-3}$ кг/моль.

1.80 В двух сосудах находится одинаковый идеальный газ. Сосуды соединены трубкой с краном. В первом сосуде масса газа m_1 = 1 кг при давлении P_1 = 105 кПа, во втором – m_2 = 2 кг при давлении $P_2 = 4\cdot10^5$ Па. Какое давление установится в сосудах, если открыть кран? Температуру считать постоянной.

1.81 В сосуде объемом V = 1 л находится m = 0,28 г азота. Газ нагревают до температуры $t = 1500^0$С, при которой α = 30% молекул азота диссоциировало на атомы. Определить давление в сосуде. Молярная масса азота $\mu = 28\cdot10^{-3}$ кг/моль.

1.82 В сосуде находится идеальный двухатомный газ. Под действием ультрафиолетового излучения распалось на атомы α = 12% молекул и после этого установилось давление P = 93 кПа. Определить первоначальное давление в сосуде. Температуру газа считать постоянной.

1.83 В сосуде находится идеальный двухатомный газ. При увеличении температуры в n = 3 раза давление увеличилось в k = 3,15 раза. Сколько процентов молекул от их первоначального количества распалось на атомы?

1.84 Во сколько раз изменится давление двухатомного идеального газа в сосуде, если при той же температуре треть молекул распадется на атомы?

1.85 На какой глубине h радиус пузырька вдвое меньше, чем у поверхности воды? Атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па, Температуру воздуха считать неизменной, плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м.

1.86 Аквалангист, находясь на глубине h = 15 м от поверхности воды, вдохнул воздух, заполнивший объем легких V = 5,5 л. До какого объема расширятся его легкие, если аквалангист быстро вынырнет на поверхность? Плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3, атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па.

1.87 В широкий сосуд с водой был опрокинут цилиндрический стакан (рис.1.7). Уровни воды в сосуде и стакане находятся на одинаковой высоте. Расстояние от уровня воды до дна опрокинутого стакана равно L = 40 см. На какую высоту Δh поднимется вода в стакане при понижении температуры от T_1 = 310 К до T_2 = 273 К? Атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па, плотность воды $\rho = 10^3$ кг/м^3.

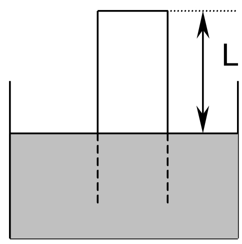


Рис. 1.7

1.88 Узкая цилиндрическая вертикальная трубка длиной L, запаянная с одного конца, содержит воздух, отделенный от наружного воздуха столбиком ртути длиной h. Плотность ртути равна ρ. Трубка расположена открытым концом вверх. Какова была первоначальная длина столбика ртути в трубке, если при перевертывании трубки открытым концом вниз из трубки вылилась половина ртути? Атмосферное давление P_0.

1.89 Стеклянная трубка длиной L_0 наполовину погружена в ртуть. Ее закрывают пальцем и вынимают. При этом часть ртути вытекает. Какова длина столбика ртути, оставшегося в трубке? Атмосферное давление равно H мм. рт. ст.

1.90 Цилиндрический стакан массой m, высотой h и сечением S плавает верх дном в жидкости плотностью ρ. При температуре T_1 глубина погружения стакана (расстояние от поверхности жидкости до дна стакана) равна h_1. До какой величины надо понизить температуру воздуха в стакане, чтобы глубина погружения стала равной h_2?

1.91 Полый шар с жесткой оболочкой, масса которой m = 10 г, наполнен водородом. Объем шара V = 10 дм^3. Температура водорода и окружающего шар воздуха t = 0^0C. Найти давление водорода в шаре, если подъемная сила шара равна нулю. Атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па. Молярная масса водорода $\mu_1 = 2\cdot10^{-3}$ кг/моль, воздуха - $\mu_2 = 29\cdot10^{-3}$ кг/моль.

1.92 Аэростат, наполненный гелием при давлении $P_0 = 10^5$ Па и температуре T = 300 К, должен подняться на высоту h = 1,5 км, чтобы не стать помехой движению самолетов. Плотность воздуха на такой высоте на α = 20% меньше, чем у поверхности земли. Определить массу оболочки аэростата, если его объем V = 500 м^3. Оболочка нерастяжима и герметична. Молярная масса гелия $\mu_1 = 4\cdot10^{-3}$ кг/моль, воздуха - $\mu_2 = 29\cdot10^{-3}$ кг/моль. Давление воздуха у поверхности земли нормальное, температуру считать постоянной.

1.93 Во время сжатия идеального газа его давление и объем изменяются по закону: $PV^{-1} = \text{const}$. Температура газа при этом уменьшилась в n = 4 раза. Каково было начальное давление P_1 газа, если после сжатия его давление $P_2 = 10^5$ Па?

1.94 Идеальный газ расширяется по закону: $PV^2 = \text{const}$, и его объем увеличивается в n = 3 раза. Найти первоначальную температуру T_1, если после расширения его температура T_2 = 100 К.

1.95 С идеальным газом происходит процесс: $V = \alpha T^2$. Температура газа при этом увеличилась в n = 5 раз. Определить конечное давление, если начальное давление газа равно $P_1 = 10^5$ Па.

1.96 Найти максимально возможную температуру идеального газа в процессе, происходящем по закону: $P = P_0 - \alpha V^2$, где P_0 и α - положительные постоянные, V – молярный объем газа.

1.97 Найти максимально возможную температуру идеального газа в процессе, происходящем по закону: $P = P_0 e^{-\beta V}$, где P_0 и β - положительные постоянные, V – объем моля газа.

1.98 На рис.1.8 приведен процесс изменения состояния идеального газа. Когда газ занимал объем V_1, его температура равнялась T_1. Какова будет температура газа T_2, когда он займет объем V_2?

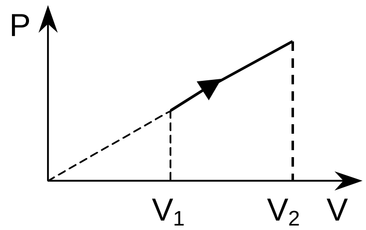


Рис. 1.8

1.99 На P – V диаграмме (рис.1.9) представлен циклический процесс, проведенный с идеальным газом. Участки 1-2 и 3-4 лежат на прямых, проходящих через начало координат, участки 4-1 и 2-3 – изотермы. Найти объем V_3, если известны объемы V_1 и V_2, и известно, что объемы V_2 и V_4 равны.

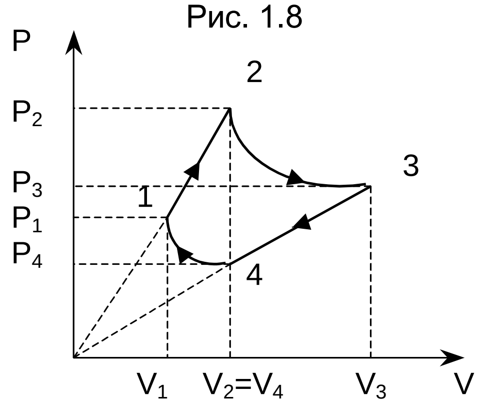


Рис. 1.9

1.100 Идеальный газ совершает циклический процесс, представленный на рис.1.10. Температуры газа в состояниях 1 и 3 равны T_1 = 300 К и T_3 = 400 К соответственно. Определить температуру газа в состоянии 2.

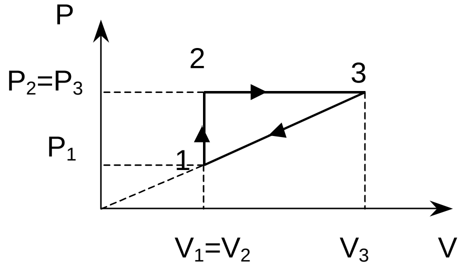


Рис. 1.10

2. ПЕРВОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

Основные понятия и законы

Термодинамика – это постулативная наука о превращении энергии. Выводы термодинамики основаны на общих принципах или *началах*, которые представляют собой обобщение опытных фактов.

Первое начало термодинамики является обобщением экспериментального материала и представляет собой одну из форм закона сохранения энергии применительно к тепловым процессам.

Этот закон содержит три величины: внутреннюю энергию U, работу A и теплоту Q. Установим физический смысл этих величин.

Внутренняя энергия. Внутренняя энергия U системы является функцией состояния, и ее изменение ΔU определяется лишь начальным и конечным состоянием системы, т.е. не зависит от того, каким образом система перешла из одного состояния в другое. Внутренняя энергия идеального газа выражается формулой:

$$U = \frac{i}{2}\nu RT, \tag{2.1}$$

$$\Delta U = \frac{i}{2}\nu R\Delta T = \frac{i}{2}(P_2V_2 - P_1V_1), \tag{2.2}$$

где P_1,V_1, P_2,V_2 –давления и объемы газа в начальном и конечном состояниях, i – число степеней свободы молекулы газа, ν - количество вещества, R = 8,31 Дж/(К·моль) – универсальная газовая постоянная.

Числом степеней свободы i называется количество независимых координат, определяющих положение молекулы в пространстве. Для одноатомной молекулы i = 3 (все три степени свободы приходятся на долю поступательного движения). Для двухатомной жесткой молекулы i = 5 (3 приходятся на долю поступательного движения и 2 на долю вращательного движения). Для жесткой молекулы из трех и более атомов i = 6.

Изменение внутренней энергии $\Delta U > 0$, если $\Delta T > 0$; изменение внутренней энергии $\Delta U < 0$, если $\Delta T < 0$.

Работа газа. Работа газа, совершаемая при переходе из одного состояния в другое, зависит не только от начального и конечного состояний системы, но и от вида процесса, в котором происходит изменение состояния.

Элементарная работа газа определяется выражением

$$\delta A = PdV, \tag{2.3}$$

а полная работа

$$A = \int_{V_1}^{V_2} PdV. \tag{2.4}$$

Независимо от вида процесса, совершаемая работа положительна, если в процессе происходит расширение газа ($\delta A > 0$, если $dV > 0$), и отрицательна, если газ сжимается ($\delta A < 0$, если $dV < 0$).

Количество теплоты. Количество теплоты при переходе из одного состояния в другое так же, как и работа, зависит от вида процесса. Если к системе подводится тепло, то оно считается положительным (Q > 0), если тепло отводится от системы, то оно считается отрицательным (Q < 0).

Первое начало (1 закон) термодинамики. В общем случае количество теплоты, сообщаемое системе, идет на изменение внутренней энергии системы ΔU и на совершение системой работы A против внешних сил:

$$Q = \Delta U + A . \tag{2.5}$$

Первое начало термодинамики обычно записывают для изменения состояния системы, вызванного сообщением ей малой теплоты δQ, совершением системой элементарной работы δA и приводящего к малому изменению dU внутренней энергии:

$$\delta Q = dU + \delta A . \tag{2.6}$$

Следует отметить, что ни работа, ни теплота не являются функциями состояния системы, а зависят от вида процесса, и поэтому δQ и δA не являются полными дифференциалами.

Теплоемкость

Теплоемкостью тела C называется отношение теплоты δQ, сообщаемой телу, к изменению температуры dT в рассматриваемом термодинамическом процессе

$$C = \frac{\delta Q}{dT} . \tag{2.7}$$

Удельной теплоемкостью $c^{уд}$ называется теплоемкость единицы массы вещества

$$c^{уд} = \frac{\delta Q}{m\,dT} . \tag{2.8}$$

Молярной теплоемкостью $C^{мол}$ называется теплоемкость одного моля вещества

$$C^{мол} = \frac{\delta Q}{\nu\, dT} . \tag{2.9}$$

Связь молярной и удельной теплоемкостей

$$C^{мол} = \mu\, c^{уд} , \tag{2.10}$$

где μ - молярная масса газа.

Величина теплоемкости зависит от вида процесса, происходящего с газом. Молярные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении можно выразить через число степеней свободы

$$C_V^{мол} = \frac{i}{2}R, \tag{2.11}$$

$$C_P^{мол} = \frac{i+2}{2}R, \tag{2.12}$$

и, соответственно, изменение внутренней энергии газа можно выразить через его теплоемкость при постоянном объеме:

$$dU = C_V^{мол}\nu dT \text{ или } \Delta U = C_V^{мол}\nu\Delta T. \tag{2.13}$$

Уравнение Майера выражает связь между молярными теплоемкостями при постоянном объеме и постоянном давлении

$$C_P^{мол} - C_V^{мол} = R. \tag{2.14}$$

Показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{C_P^{мол}}{C_V^{мол}} = \frac{c_P^{уд}}{c_V^{уд}} = \frac{i+2}{i}. \tag{2.15}$$

Соотношения (2.11), (2.12) и (2.15) позволяют выразить молярные теплоемкости газа через показатель адиабаты:

$$C_V^{мол} = \frac{R}{\gamma - 1}, \quad C_P^{мол} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}. \tag{2.16}$$

Используя понятие молярной теплоемкости, можно первое начало термодинамики (2.6) записать в виде

$$C^{мол}\nu\, dT = dU + PdV \tag{2.17}$$

Выражение (2.17) позволяет решать многие задачи термодинамики при различных процессах, в частности на определение теплоемкости при различных процессах, расчет работы, совершаемой газом, и др.

Применение первого начала термодинамики для изопроцессов

1. Изотермический процесс T = const.

Изменение внутренней энергии (2.2), (2.13)

$$dU = \frac{i}{2}R\nu dT = C_V^{мол}\nu dT = 0, \text{ так как } dT = 0. \tag{2.18}$$

или

$$\Delta U = 0.$$

Теплота Q расходуется на совершение работы газом против внешних сил

$$\delta Q = \delta A$$

или согласно (2.4)

$$Q = A = \int_{V_1}^{V_2} PdV = \int_{V_1}^{V_2} \nu RT\frac{dV}{V} = \nu RT\ln\frac{V_2}{V_1} = \nu RT\ln\frac{P_1}{P_2}. \quad (2.19)$$

Теплоемкость при изотермическом процессе бесконечно велика, это следует из соотношения (2.7), т.к. $\delta Q \neq 0$, а $dT = 0$.

2. <u>Изохорический процесс V = const.</u>

Работа газа равна нулю, так как нет изменения объема

$$A = 0,\ \text{т.к. } \Delta V = 0. \quad (2.20)$$

Подводимое тепло идет на изменение внутренней энергии

$$\delta Q = dU = \frac{i}{2}R\nu\, dT = C_V^{мол}\nu\, dT \quad (2.21)$$

или в интегральной форме

$$Q = \Delta U = C_V^{мол}\nu\Delta T. \quad (2.22)$$

3. <u>Изобарический процесс P = const.</u>

Изменение внутренней энергии

$$dU = C_V^{мол}\nu dT \text{ или } \Delta U = C_V^{мол}\nu\Delta T. \quad (2.23)$$

Работа газа

$$\delta A = PdV$$

или

$$A = P(V_2 - V_1) = \nu R(T_2 - T_1). \quad (2.24)$$

Количество теплоты

$$\delta Q = dU + \delta A = C_V^{мол}\nu dT + \nu RdT = C_P^{мол}\nu RdT \quad (2.25)$$

или в интегральной форме

$$Q = C_P^{мол}\nu\Delta T = \frac{i+2}{2}R\nu\Delta T. \quad (2.26)$$

Адиабатический процесс

Адиабатический процесс – это термодинамический процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой δQ = 0. Этот процесс осуществляется при быстром расширении или сжатии.

Первое начало термодинамики для адиабатического процесса имеет вид

$$\delta A = -dU \quad (2.27)$$

или

$$A = -\Delta U = U_1 - U_2, \quad (2.28)$$

т.е. при адиабатическом процессе система совершает работу за счет убыли внутренней энергии. При расширении (A > 0) газ охлаждается, т.к. $U_1 > U_2$, при сжатии (A < 0) газ нагревается, т.к. $U_1 < U_2$.

Теплоемкость системы при адиабатическом процессе С = 0 (это следует из соотношения 2.7), т.к. $\delta Q = 0$, $dT \neq 0$.

Уравнение Пуассона выражает связь между термодинамическими параметрами при адиабатическом процессе

$$PV^{\gamma} = \text{const}, \qquad (2.29)$$

где γ - показатель адиабаты, определяемый по формуле (2.15).

Уравнение Пуассона в координатах (T – V) и (T – P) имеет вид

$$T \cdot V^{\gamma-1} = \text{const}, \qquad (2.30)$$

$$T \cdot P^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{const}. \qquad (2.31)$$

Работа газа при адиабатическом процессе

$$A = \int_{V_1}^{V_2} PdV = \frac{P_1V_1}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right] = \frac{\nu RT_1}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right]. \qquad (2.32)$$

Если при адиабатическом процессе температура изменяется от T_1 до T_2, то работу, согласно (2.13) и (2.16), можно вычислить по формуле

$$A = -\Delta U = \frac{\nu R}{\gamma-1}(T_1 - T_2). \qquad (2.33)$$

Примеры решения задач

Задача 2.1 Определить внутреннюю энергию азота массой m = 0,56 кг, который вначале находится при температуре T_1 = 300 К. Найти, какая часть внутренней энергии при этой температуре приходится на долю поступательного движения и какая часть на долю вращательного. Затем азот изобарно нагрели до T_2 = 500 К. Определить изменение внутренней энергии газа. Молярная масса азота равна μ = 0,028 кг/моль.

Решение

Внутренняя энергия азота при начальной температуре по (2.1)

$$U_1 = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}RT_1,$$

где i – число степеней свободы. Для азота (жесткая двухатомная молекула) i = 5, тогда

$$U_1 = \frac{5}{2}\frac{m}{\mu}RT_1 = \frac{5 \cdot 0{,}56 \cdot 8{,}31 \cdot 300}{2 \cdot 0{,}028} = 125 \text{ кДж}.$$

Из пяти степеней свободы молекулы газа 3 степени свободы приходятся на поступательное движение молекулы, а 2 степени свободы - на вращательное движение.

С учетом этого часть внутренней энергии, приходящаяся на долю поступательного движения, равна

$$\alpha_1 = 3/5 = 0{,}6;$$

а часть внутренней энергии, приходящаяся на долю вращательного движения, равна

$$\alpha_2 = 2/5 = 0{,}4.$$

Изменение внутренней энергии при изобарическом нагреве равно

$$\Delta U = \frac{5}{2}\frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1) = \frac{5 \cdot 0{,}56}{2 \cdot 0{,}028} \cdot 8{,}31 \cdot 200 = 83{,}1 \text{кДж}.$$

Задача 2.2 Углекислый газ (CO_2) массой m = 2,2 кг, занимающий объем V_1 = 4 м^3 при температуре T_1 = 300 К, сжали адиабатически так, что конечное давление увеличилось в k = 2 раза. Определить конечный объем V_2, температуру T_2, давление P_2 и изменение внутренней энергии ΔU. Молярная масса углекислого газа равна μ = 0,044 кг/моль.

Решение

Учитывая, что углекислый газ (CO_2) трехатомный, число степеней свободы i = 6. Показатель адиабаты для углекислого газа равен

$$\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{8}{6} = 1{,}33.$$

Конечный объем газа найдем из уравнения Пуассона $P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}$. Учитывая, что $P_2 = kP_1$, получим:

$$V_2 = \frac{V_1}{k^{1/\gamma}} = \frac{4}{2^{1/1{,}33}} = 2{,}38 \text{ м}^3.$$

Для нахождения температуры T_2 воспользуемся уравнением адиабаты в переменных (T – P) - $T_1P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$:

$$T_2 = T_1 k^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 300 \cdot 2^{\frac{0{,}33}{1{,}33}} = 356 \text{ К}.$$

Изменение внутренней энергии для адиабатического процесса равно

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1) = 3 \cdot \frac{2{,}2}{0{,}044} \cdot 8{,}31 \cdot (356 - 300) = 70 \text{ кДж}.$$

Задача 2.3 Некоторую массу идеального газа сжали в k раз (по объему) один раз адиабатически, другой раз изотермически. Начальное состояние газа в обоих случаях одинаково. Найти отношение соответствующих работ, затраченных на сжатие.

Решение

1. При адиабатическом процессе Q = 0, и работу, затраченную на сжатие газа, можно рассчитать по формуле (2.32):

$$A_1 = -\int_{V_0}^{V_0/k} PdV = -P_0V_0^{\gamma}\int_{V_0}^{V_0/k}\frac{dV}{V^{\gamma}} = P_0V_0\frac{(k^{\gamma-1}-1)}{\gamma-1},$$

где P_0 и V_0 – начальные параметры газа.

2. При изотермическом процессе T = const:

$$A_2 = -\int_{V_0}^{V_0/k} PdV = -P_0V_0\int_{V_0}^{V_0/k}\frac{dV}{V} = P_0V_0 \ln k.$$

Находим отношение соответствующих работ

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{k^{\gamma-1} - 1}{(\gamma - 1)\ln k}.$$

Задача 2.4 Кислород, занимающий объем V_1 = 1 м^3 под давлением P_1 = 2·10^5 Па, нагрели сначала при постоянном давлении до объема V_2 = 3 м^3, а затем при постоянном объеме до давления P_2 = 5·10^5 Па. Построить графики процессов в P – V координатах. Определить: 1) изменение внутренней энергии ΔU газа; 2) совершенную им работу А; 3) количество тепла Q, переданное газу. Молярная масса кислорода μ = 0,032 кг/моль.

Решение

Графики процессов, происходящих с газом, изображены на рис.2.1.

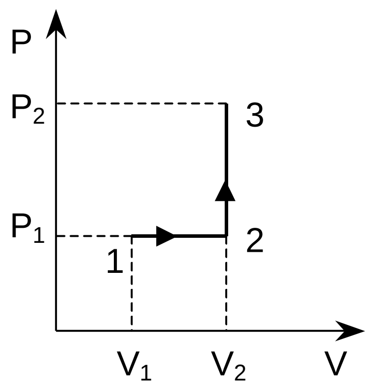


Рис. 2.1

1. Найдем изменение внутренней энергии ΔU (2.2):

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R(T_3 - T_1).$$

Число степеней свободы для кислорода (жесткая двухатомная молекула) $i = 5$.

Температуры газа T_1 и T_3 выразим из уравнения Менделеева – Клапейрона (1.11):

$$T_1 = \frac{P_1V_1\mu}{mR}; \quad T_3 = \frac{P_2V_2\mu}{mR}.$$

Окончательно, изменение внутренней энергии

$$\Delta U = \frac{5}{2}(P_2V_2 - P_1V_1) = \frac{5}{2}(5\cdot10^5\cdot3 - 2\cdot10^5\cdot1) = 3{,}25\,\text{МДж}.$$

2. Найдем работу, совершенную газом

$$A = A_{1-2} + A_{2-3}$$

На участке 1-2 (изобарический процесс) работа выражается формулой (2.24):

$$A_{1-2} = P_1(V_2 - V_1).$$

На участке 2-3 (изохорический процесс) работа равна нулю:

$$A_{2-3} = 0.$$

Таким образом

$$A = A_{1-2} = P_1(V_2 - V_1) = 2\cdot10^5(3 - 1) = 0{,}4\,\text{МДж}.$$

3. Количество тепла Q находится по первому началу термодинамики (2.5):

$$Q = \Delta U + A = 3{,}65\,\text{МДж}.$$

Задача 2.5 ν молей идеального газа с показателем адиабаты γ сначала адиабатически расширили по объему в k раз. Затем газ изотермически сжали до первоначального объема, причем сжатие происходило при температуре T_0. Изобразить процессы, происходящие с газом в P – V координатах. Определить: 1) изменение внутренней энергии ΔU газа; 2) работу A, совершенную газом; 3) полученное газом тепло Q.

Решение

В P – V координатах процессы, происходящие с газом показаны на рис.2.2: 1-2 – адиабатическое расширение, 2-3 изотермическое сжатие.

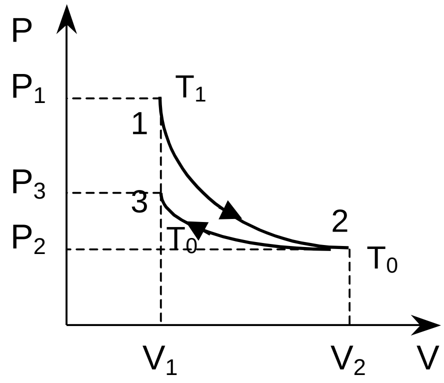


Рис. 2.2

1) Найдем изменение внутренней энергии

$$\Delta U = \Delta U_{1-2} + \Delta U_{2-3}.$$

Изменение внутренней энергии при адиабатическом расширении

$$\Delta U_{1-2} = \nu C_V^{мол} \Delta T = \frac{R\nu(T_2 - T_1)}{\gamma - 1}.$$

Изменение внутренней энергии при изотермическом сжатии

$$\Delta U_{2-3} = 0,$$

т.к температуры газа $T_2 = T_3 = T_0$.

Изменение внутренней энергии за два процесса

$$\Delta U = \frac{R\nu(T_2 - T_1)}{\gamma - 1}.$$

В процессе 1-2 температура $T_2 = T_0$, а температура T_1 находится из уравнения адиабаты (2.30):

$$\frac{T_1}{T_0} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} = k^{\gamma-1}.$$

С учетом этого изменение внутренней энергии за оба процесса равно

$$\Delta U = \frac{\nu R T_0 (1 - k^{\gamma-1})}{\gamma - 1}.$$

2) Найдем работу, совершенную газом

$$A = A_{1-2} + A_{2-3},$$

где A_{1-2} – работа при адиабатическом расширении (2.33)

$$A_{1-2} = -\Delta U_{1-2} = \frac{\nu R T_0 (k^{\gamma-1} - 1)}{\gamma - 1},$$

A_{2-3} - работа при изотермическом сжатии (2.19)

$$A_{2-3} = -\nu RT_0 \ln\frac{V_2}{V_1} = -\nu RT_0 \ln k.$$

Работа, совершенная газом за два процесса, равна

$$A = \nu RT_0\left(\frac{k^{\gamma-1}-1}{\gamma-1} - \ln k\right).$$

3) Найдем количество тепла

$$Q = Q_{1-2} + Q_{2-3},$$

где Q_{1-2} = 0, т.к. процесс адиабатический, а при изотермическом сжатии

$$Q_{2-3} = A_{2-3} = -\nu RT_0 \ln k.$$

Задача 2.6 Вычислить показатель адиабаты γ для газовой смеси, состоящей из двух молей (ν_1 = 2 моля) кислорода O_2 и трех молей (ν_2 = 3 моля) углекислого газа CO_2. Газы считать идеальными.

Решение

Число степеней свободы для кислорода i_1 = 5, а для углекислого газа i_2 = 6. Вычислим показатели адиабаты для кислорода и углекислого газа через число степеней свободы:

$$\gamma_1 = \frac{i_1+2}{i_1} = \frac{7}{5} = 1{,}4; \quad \gamma_2 = \frac{i_2+2}{i_2} = \frac{4}{3} = 1{,}33$$

Внутренняя энергия смеси складывается из внутренней энергии кислорода и углекислого газа

$$U_{см} = U_1 + U_2$$

или

$$(\nu_1+\nu_2)C_{Vсм}^{мол}\cdot T = \nu_1 C_{V1}^{мол}\cdot T + \nu_2 C_{V2}^{мол}\cdot T$$

Выразим молярные теплоемкости при постоянном объеме через показатель адиабаты

$$C_V^{мол} = \frac{R}{\gamma-1},$$

тогда внутреннюю энергию смеси можно записать так:

$$(\nu_1+\nu_2)\frac{R}{\gamma-1}T = \nu_1\frac{R}{\gamma_1-1}T + \nu_2\frac{R}{\gamma_2-1}T.$$

Из этого выражения находим показатель адиабаты для смеси:

$$\gamma = 1 + \frac{(\nu_1+\nu_2)(\gamma_1-1)(\gamma_2-1)}{\nu_1(\gamma_2-1)+\nu_2(\gamma_1-1)} = 1 + \frac{(2+3)(1{,}4-1)(1{,}33-1)}{2(1{,}33-1)+3(1{,}4-1)} = 1{,}35$$

Задача 2.7 Один моль идеального газа, молярная теплоемкость которого при постоянном давлении $C_P^{мол}$, совершает процесс по закону: $P = P_0 + \beta/V$, где P_0 и β - постоянные. Определить:1) молярную теплоемкость газа как функцию его объема V; 2) сообщенное газу тепло при его расширении от объема V_0 до объема $5V_0$.

Решение

1) Молярная теплоемкость газа равна

$$C^{мол} = \frac{\delta Q}{dT}.$$

Количество тепла dQ запишем, используя первое начало термодинамики (2.6):

$$\delta Q = dU + \delta A,$$

тогда

$$C^{мол} = \frac{dU + \delta A}{dT} = \frac{dU}{dT} + \frac{PdV}{dT} = C_V^{мол} + \frac{PdV}{dT}.$$

Используя уравнение Майера (2.14), выразим теплоемкость $C_V^{мол}$:

$$C_V^{мол} = C_P^{мол} - R.$$

Для нахождения производной $\frac{dV}{dT}$ определим зависимость объема V от температуры T, для чего совместно решим два уравнения:

$$P = P_0 + \frac{\beta}{V}.$$

$$PV = RT$$

Отсюда

$$V = \frac{RT - \beta}{P_0}, \text{ а } \frac{dV}{dT} = \frac{R}{P_0}.$$

И, окончательно, молярная теплоемкость в этом процессе будет равна

$$C^{мол} = (C_P^{мол} - R) + P\frac{R}{P_0} = (C_P^{мол} - R) + (P_0 + \frac{\beta}{V})\frac{R}{P_0} = C_P^{мол} + \frac{\beta R}{VP_0}.$$

Сообщенное газу тепло находится интегрированием выражения $\delta Q = C^{мол}dT$ (с учетом того, что $dT = \frac{P_0}{R}dV$) в пределах от объема V_0 до объема $5V_0$:

$$Q = \int_{V_0}^{5V_0} C^{мол}dT = \int_{V_0}^{5V_0} (C_P^{мол} + \frac{\beta R}{VP_0})\frac{P_0}{R}dV = \frac{4P_0V_0C_P^{мол}}{R} + \beta \ln 5.$$

<u>Задача 2.8</u> Найти уравнение процесса (в переменных T – V) , при котором молярная теплоемкость идеального газа изменяется по закону: $C^{мол} = C_V^{мол} + \alpha P$, где α - постоянная, $C_V^{мол}$ – молярная теплоемкость при постоянном объеме, P – давление.

Решение

Запишем первое начало термодинамики:

$$C^{мол}dT = C_V^{мол}dT + PdV.$$

Вместо $C^{мол}$ подставим закон, по которому она изменяется в условии задачи, тогда получим, что:

$$PdV = \alpha PdT.$$

Сокращая на P, получим:

$$dV = \alpha dT.$$

После интегрирования этого выражения, получим уравнение процесса

$$V = \alpha T \quad \text{или:} \quad V - \alpha T = const.$$

Задача 2.9 Имеется идеальный газ с показателем адиабаты γ. Его молярная теплоемкость при некотором процессе изменяется по закону: $C^{мол} = \beta/T$, где β - некоторая постоянная. Определить работу, совершаемую одним молем газа при его нагревании от температуры T_0 до температуры $5T_0$.

Решение

Запишем первое начало термодинамики для ν = 1 моля газа:

$$C^{мол}dT = C_V^{мол}dT + \delta A.$$

Отсюда выразим элементарную работу:

$$\delta A = C^{мол}dT - C_V^{мол}dT,$$

где

$$C^{мол} = \frac{\beta}{T}, \qquad C_V^{мол} = \frac{R}{\gamma - 1}.$$

С учетом выражений для теплоемкостей, элементарная работа будет равна:

$$\delta A = \frac{\beta dT}{T} - \left(\frac{R}{\gamma - 1}\right)dT.$$

Для нахождения полной работы последнее выражение надо проинтегрировать в пределах от $T_1 = T_0$ до $T_2 = 5T_0$:

$$A = \int_{T_0}^{5T_0} \frac{\beta dT}{T} - \frac{R}{\gamma - 1}\int_{T_0}^{5T_0} dT = \beta \ln 5 - \frac{4RT_0}{\gamma - 1}.$$

Задача 2.10 В длинном вертикальном открытом цилиндрическом теплоизолированном сосуде на высоте h от дна на нити висит поршень массой m, под которым находится ν = 1 моль одноатомного газа при давлении окружающего пространства и температуре T_0 (рис.2.3). Какое количество тепла Q необходимо сообщить газу, чтобы поршень поднялся до высоты 2h? Трением пренебречь.

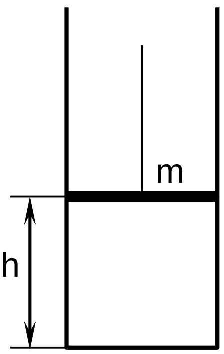


Рис. 2.3

Решение

Для того, чтобы поршень поднялся на высоту 2h, газ сначала необходимо нагреть до температуры T_1, сообщив ему при постоянном объеме некоторое количество тепла Q_1:

$$Q_1 = \Delta U_1 = \nu C_V^{мол}(T_1 - T_0).$$

Затем газу надо сообщить количество тепла Q_2 при постоянном давлении и нагреть его до температуры T_2.

$$Q_2 = \Delta U_2 + A_2 = \nu C_P^{мол}(T_2 - T_1),$$

где $C_V^{мол} = \frac{3}{2}R$, $C_P^{мол} = \frac{5}{2}R$ – молярные теплоемкости одноатомного газа при постоянном объеме и постоянном давлении соответственно.

Следовательно, $Q = Q_1 + Q_2 = \frac{3}{2}\nu R(T_1 - T_0) + \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1)$.

Запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для трех состояний газа:

$$P_0 hS = \nu RT_0, \quad PhS = \nu RT_1, \quad 2PhS = \nu RT_2,$$

где P_0 – атмосферное давление, $P = P_0 + mg/S$ - давление под поршнем при расширении, S поперечное сечение поршня. Из уравнений состояния получим выражения для температуры газа (ν = 1 моль):

$$T_1 = T_0\left[1 + \frac{mg}{P_0 S}\right], \quad T_2 = 2T_0\left[1 + \frac{mg}{P_0 S}\right]$$

Количество тепла, сообщенное газу, с учетом значений температур равно:

$$Q = \frac{5}{2}RT_0 + 4mgh$$

Задачи для самостоятельного решения

2.11 Определить внутреннюю энергию гелия массой m = 1 кг при температуре T = 300 К. Молярная масса гелия μ = 0,004 кг/моль.

2.12 Аргон находится в вертикальном цилиндре под поршнем массой M = 1 кг и площадью S = 10 см^2. Определить внутреннюю энергию газа, если объем газа V = 4 л. Атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па.

2.13 С идеальным одноатомным газом совершают процесс при постоянном объеме так, что его температура уменьшается в n = 2,5 раза. Начальное давление газа равно $P_0 = 10^5$ Па, объем V = 10 л. Определить изменение внутренней энергии газа.

2.14 С неоном массой m = 2 кг совершают процесс при постоянном объеме так, что давление газа уменьшается в n = 4 раза. Начальная температура газа T_1 = 500 К. Определить изменение внутренней энергии газа. Молярная масса неона μ = 0,02 кг/моль.

2.15 $\nu = 5$ молей идеального одноатомного газа расширяются при постоянном давлении так, что объем газа увеличивается в n = 5 раз, а изменение внутренней энергии равно ΔU = 60 кДж. Определить начальную температуру газа T_1.

2.16 Идеальный одноатомный газ изотермически расширился из состояния с давлением $P_1 = 10^6$ Па и объемом V_1 = 1 л до вдвое большего объема. Определить внутреннюю энергию газа в конечном состоянии и изменение внутренней энергии.

2.17 Один моль идеального одноатомного газа находится при температуре T_1 = 300 К в вертикальном теплоизолированном сосуде, закрытом поршнем массой m = 2 кг и диаметром d = 10 см. Когда на поршень поставили гирю массой M = 3 кг, он опустился на h = 5 см. Определить изменение внутренней энергии газа, если атмосферное давление $P_0 = 10^5$ Па.

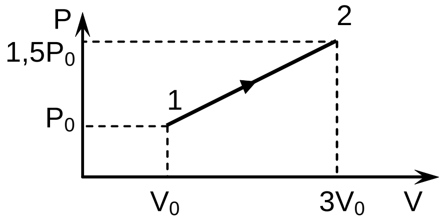


Рис. 2.4

2.18 Определить изменение внутренней энергии идеального одноатомного газа в процессе, изображенном на рис. 2.4. P_0 = 0,1 МПа, V_0 = 2 л.

2.19 Один киломоль идеального одноатомного газа сжимается так, что его объем уменьшается вдвое. Сжатие происходит по закону $PV^2 = \text{const}$. Начальная температура газа T_1 = 200 К. Найти изменение внутренней энергии газа ΔU.

2.20 Определить кинетическую энергию $\langle \varepsilon_i \rangle$, приходящуюся на одну степень свободы молекулы азота N_2, при температуре $T = 10^3$ К. Также определить среднюю кинетическую энергию $\langle \varepsilon_{пост} \rangle$ поступательного движения, вращательного $\langle \varepsilon_{вращ} \rangle$ движения и среднее значение полной кинетической энергии молекулы $\langle \varepsilon \rangle$.

2.21 Определить среднюю энергию теплового движения всех молекул, находящихся в массе m = 20 г кислорода O_2 при температуре T = 283 К. Какая часть этой энергии приходится на долю поступательного движения и какая часть на долю вращательного? Молярная масса кислорода μ = 0,032 кг/моль.

2.22 Определить среднюю кинетическую энергию теплового движения молекул воздуха в массе m = 1 г при температуре T = 288 К. Воздух считать однородным газом, состоящим из двухатомных жестких молекул, с молярной массой μ = 0,029 кг/моль.

2.23 Чему равна средняя энергия поступательного и средняя энергия вращательного движения молекул азота N_2 в массе m = 1 кг при температуре Т = 280 К? Молярная масса азота μ = 0,028 кг/моль.

2.24 Определить среднюю кинетическую энергию теплового движения молекул идеального двухатомного газа, заключенного в сосуд объемом V = 2 л под давлением Р = $1{,}5 \cdot 10^5$ Па. Чему равно отношение средней кинетической энергии вращательного движения к средней кинетической энергии поступательного движения молекул?

2.25 Средняя кинетическая энергия поступательного движения всех молекул азота N_2, находящегося в сосуде объемом V = 0,02 $м^3$, равна $\langle E_{пост} \rangle = 5$ кДж. Средняя квадратичная скорость его молекул при этом равна $v_{ср.кв} = 2 \cdot 10^3$ м/с. Определить массу азота в баллоне и давление, под которым находится азот. Молярная масса азота равна μ = 0,028 кг/моль.

2.26 М = 1 кг идеального двухатомного газа находится под давлением Р = $8 \cdot 10^4$ Па и имеет плотность ρ = 4 кг/$м^3$. Определить энергию теплового движения молекул газа.

2.27 Некоторый идеальный газ расширяется от объема V_1 = 1 л до объема V_2 = 11 л. Давление при этом изменяется по закону $P = \alpha V$, где α = 4 Па/$м^3$. Определить работу, совершаемую газом.

2.28 Идеальный газ расширяется от давления P_1 = 2 кПа до давления P_2 = 1 кПа по закону $P = \alpha - \beta V$, где α = const, β = 0,5 Па/$м^3$. Определить работу, совершаемую газом при таком расширении.

2.29 Определить работу ν молей идеального одноатомного газа при расширении от объема V_1 до объема V_2 в процессе, при котором температура изменяется по закону $T = \alpha V^2$, где α - положительная постоянная.

2.30 Определить работу, которую совершает идеальный одноатомный газ в цикле 1-2-3-1, представленном на рис.2.5, где $P_0 = 10^5$ Па, V_0 = 1 $м^3$.

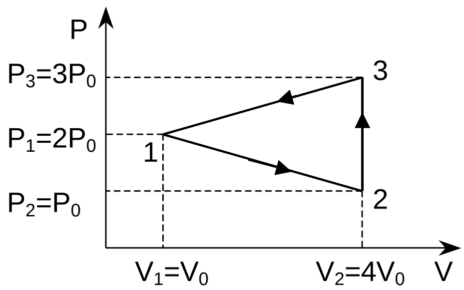


Рис. 2.5

2.31 Один моль идеального одноатомного газа участвует в процессе, график которого, состоящий из двух изохор и двух изобар, представлен на рис.2.6. Температуры в состояниях 1 и 3 равны T_1 и T_3. соответственно. Определить работу, совершаемую газом за цикл, если точки 2 и 4 лежат на одной изотерме.

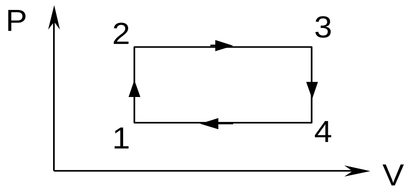


Рис. 2.6

2.32 ν = 2 моля идеального одноатомного газа участвуют в циклическом процессе 1–2–3–4–1, представленном на

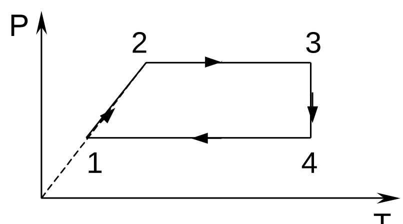


Рис. 2.7

рис.2.7. Температуры газа в состояниях 1 и 2 равны T_1 = 300 К и T_2 = 400 К соответственно. Найти работу, совершенную газом за цикл, если на участке 3–4 газу сообщили Q = 2 кДж тепла.

2.33 Идеальный газ массой m = 20 г и молярной массой μ = 0,028 кг/моль совершает циклический процесс, изображенный на рис.2.8. Найти работу за цикл, если температуры газа в состояниях 1 и 2 соответственно равны T_1 = 300 К, T_2 = 496 К, а при расширении на участке 2–3 объем газа увеличивается в два раза.

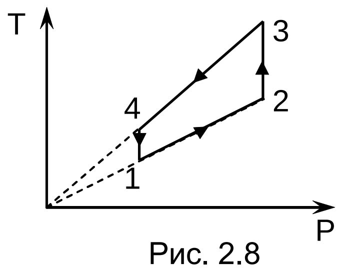


Рис. 2.8

2.34 ν = 1 моль идеального газа, имеющего температуру T, изотермически расширяется от объема V_1 до объема V_2. Определить совершаемую газом работу A и количество тепла Q, сообщенное газу.

2.35 Определить работу изотермического расширения водорода массой m = 5 г, взятого при температуре T = 290 К, если объем газа увеличивается в k = 3 раза. Молярная масса водорода μ = 0,002 кг/моль.

2.36 При адиабатическом сжатии кислорода массой m = 1 кг совершена работа A = 100 кДж. Определить конечную температуру T_2 газа, если до сжатия кислород находился при температуре T_1 = 300 К. Молярная масса кислорода μ = 0,032 кг/моль.

2.37 Азот массой m = 2 г, имевший температуру T_1 = 300 К, был адиабатически сжат так, что его объем уменьшился в n = 10 раз. Определить конечную температуру T_2 газа и работу A сжатия. Молярная масса азота μ = 0,028 кг/моль.

2.38 Кислород, занимавший объем V_1 = 1 л под давлением P_1 = 1,2 МПа, адиабатически расширился до объема V_2 = 10 л. Определить работу расширения газа.

2.39 Некоторую массу водорода сжали в η = 5 раз (по объему) один раз адиабатически, другой раз изотермически. Начальные давление, объем и температура газа в обоих случаях одинаковы. Найти отношение соответствующих работ, затраченных на сжатие.

2.40 Некоторое количество идеального газа с трехатомными жесткими молекулами перешло адиабатически из состояния с температурой T_1 = 280 К в состояние, характеризуемое значениями параметров T_2 = 320 К, P_2 = $2{\cdot}10^5$ Па, V_2 = 50 л. Какую работу A совершает газ при этом?

2.41 ν = 5 молей идеального газа сначала нагревают при постоянном объеме так, что абсолютная температура возрастает в n = 3 раза, а затем сжимают при постоянном давлении, доводя температуру газа до первоначального значения T = 100 К. Какая работа совершена при сжатии?

2.42 Газ, занимавший объем V_1 = 2 л при давлении P_1 = 0,1 МПа, расширили изотермически до объема V_2 = 4 л. После этого, охлаждая изохорически, его давление уменьшили в два раза. Далее газ изобарически расширился до V_2 = 6 л. Представить в координатах P – V процессы, происходящие с газом, и определить работу, совершенную газом.

2.43 Азот массой m = 5 кг нагрели на ΔT = 150 К при постоянном объеме. Определить количество теплоты Q, сообщенное газу; изменение внутренней энергии ΔU; совершенную газом работу А. Молярная масса азота μ = 0,028 кг/моль.

2.44 Водород занимает объем V_1 = 10 м^3 при давлении P_1 = 100 кПа. Газ нагрели при постоянном объеме до давления P_2 = 300 кПа. Определить изменение внутренней энергии ΔU газа; работу А, совершенную газом; количество теплоты Q, сообщенное газу.

2.45 При изохорическом нагревании кислорода объемом V = 50 л давление газа изменилось на ΔP = 0,05 МПа. Определить работу А, совершенную газом; количество теплоты Q, сообщенное газу и изменение внутренней энергии ΔU.

2.46 Кислород нагревается при неизменном давлении Р = 80 кПа. Его объем увеличивается от V_1 = 1 м^3 до V_2 = 3 м^3. Определить изменение внутренней энергии кислорода ΔU; работу А, совершенную им при расширении; количество теплоты Q, сообщенное газу.

2.47 Азот нагревался при постоянном давлении, причем ему было сообщено количество теплоты Q = 21 кДж. Определить работу А, которую совершил при этом газ, и изменение его внутренней энергии ΔU.

2.48 Гелий массой m = 1 г был нагрет на ΔT = 100 К при постоянном давлении. Определить количество теплоты Q, переданное газу; работу А, совершенную газом; приращение внутренней энергии ΔU. Молярная масса гелия μ = 0,004 кг/моль.

2.49 Какая доля w_1 количества теплоты Q, подводимого к идеальному газу при изобарическом процессе, расходуется на увеличение ΔU внутренней энергии газа и какая доля w_2 – на работу А расширения? Рассмотреть три случая, если газ: 1)одноатомный; 2) двухатомный; 3) трехатомный (с жесткими молекулами).

2.50 Азот массой m = 200 г расширился изотермически при температуре Т = 280 К, причем объем газа увеличился в n = 2 раза. Найти: 1) приращение внутренней энергии ΔU; 2) совершенную при расширении газом работу А; 3) количество теплоты, полученное газом. Молярная масса азота μ = 0,028 кг/моль.

2.51 В цилиндре под поршнем находится азот массой m = 0,6 кг, занимающий объем V_1 = 1,2 м^3 при температуре Т = 560 К. В результате подвода теплоты газ расширился и занял объем V_2 = 4,2 м^3, причем температура осталась неизменной. Найти: 1) изменение внутренней энергии ΔU газа; 2) совершенную им работу А; 3) количество теплоты Q, сообщенное газу. Молярная масса азота μ = 0,028 кг/моль.

2.52 При изотермическом расширении кислорода, содержащего количество вещества ν = 1 моль и имевшего температуру Т = 300 К, газу было передано количество теплоты Q = 2 кДж. Во сколько раз увеличился объем газа?

2.53 Какое количество теплоты Q выделится, если азот массой m = 1 г, взятый при температуре Т = 280 К под давлением P_1 = 0,1 МПа, изотермически сжать до давления P_2 = 1 МПа? Молярная масса азота μ = 0,028 кг/моль. Чему равно при этом изменение внутренней энергии?

2.54 Углекислый газ CO_2 массой m = 400 г был нагрет на ΔT = 50 К при постоянном давлении. Определить изменение ΔU внутренней энергии газа; количество теплоты Q, полученное газом, и совершенную им работу. Молярная масса углекислого газа μ = 0,044 кг/моль.

2.55 Один киломоль идеального газа, находящегося при температуре Т = 300 К, охлаждается изохорически, в результате чего давление уменьшается в n = 2 раза. Затем газ изобарически расширяется так, что в конечном состоянии его температура равна первоначальной. Изобразить процесс на P-V диаграмме. Определить изменение внутренней энергии ΔU и количество тепла Q, подведенного к газу.

2.56 Идеальный газ переводят из состояния 1 с давлением P_1 = 0,4 МПа и объемом V_1 = 3 м^3 в состояние 2 с давлением P_2 = 0,2 МПа и объемом V_2 = 1 м^3 различными путями. Один переход совершался сначала по изобаре, а затем по изохоре, а второй – сначала по изохоре, а затем по изобаре. В каком случае выделится тепла больше и на сколько?

2.57 ν = 2 моля идеального газа при температуре T_0 = 300 К охладили изохорически, вследствие чего давление уменьшилось в n = 20 раз. Затем газ изобарически расширили так, что в конечном состоянии его температура стала равна первоначальной. Найти суммарное количество тепла в этих процессах.

2.58 Один киломоль идеального газа изобарически нагревают от температуры T_1 = 293 К до T_2 = 873 К, при этом газ поглощает Q = $1{,}2\cdot10^7$ Дж тепла. Найти: 1) число степеней свободы газа i; 2) приращение внутренней энергии газа ΔU; 3) работу газа А.

2.59 Автомобильная шина накачена до давления P_1 = 220 кПа при температуре T_1 = 290 К. Во время движения она нагрелась до температуры T_2 = 330 К и лопнула. Считая процесс, происходящий после повреждения шины, адиабатическим, определить изменение температуры ΔT вышедшего из нее воздуха. Внешнее давление воздуха P_0 = 100 кПа. Показатель адиабаты для воздуха γ = 1,4.

2.60 При адиабатическом расширении кислорода с начальной температурой T_1 = 320 К его внутренняя энергия уменьшилась на ΔU = 8,4 кДж, а его объем увеличился в n = 10 раз. Определить массу кислорода m. Молярная масса кислорода μ = 0,032 кг/моль.

2.61 Водород при нормальных условиях имел объем V_1 = 100 м^3. Определить изменение внутренней энергии газа при его адиабатическом расширении до объема V_2 = 150 м^3.

2.62 При адиабатическом сжатии кислорода массой m = 20 г его внутренняя энергия увеличилась на ΔU = 8 кДж и температура повысилась до T_2 = 900 К. Найти: 1) изменение температуры ΔT; 2) конечное давление газа P_2, если начальное давление было равно P_1 = 200 кПа. Молярная масса кислорода μ = 0,032 кг/моль.

2.63 Воздух, занимавший объем V_1 = 10 л при давлении P_1 = 100 кПа, был адиабатически сжат до объема V_2 = 1 л. Определить давление воздуха после сжатия. Показатель адиабаты для воздуха γ = 1,4.

2.64 Горючая смесь в двигателе дизеля воспламеняется при температуре T_2 = 1,1 кК. Начальная температура смеси T_1 = 350 К. Во сколько раз нужно уменьшить объем смеси при сжатии, чтобы она воспламенилась? Сжатие считать адиабатическим. Показатель адиабаты для смеси принять равным γ = 1,4.

2.65 В цилиндре под поршнем находится водород массой m = 0,02 кг при температуре T_1 = 300 К. Водород расширился адиабатически, увеличив свой объем в n = 5 раз, а затем был сжат изотермически, причем объем газа уменьшился в k = 5 раз. Найти температуру T_2 в конце адиабатического расширения и полную работу А, совершенную газом. Изобразить процессы графически в P-V координатах.

2.66 Идеальный двухатомный газ, находящийся в некотором начальном состоянии, сжимают до объема в n = 10 раз меньше начального. Сжатие производят в первом случае изотермически, во втором – адиабатически. 1) В каком из процессов и во сколько раз работа, затраченная на сжатие, будет больше? 2) В результате какого процесса внутренняя энергия возрастает и во сколько раз? Считать молекулы жесткими.

2.67 Вычислить удельные теплоемкости $c_V^{уд}$ и $c_P^{уд}$ газов: 1) гелия (молярная масса μ = 0,004 кг/моль); водорода (молярная масса μ = 0,002) кг/моль; углекислого газа (молярная масса μ = 0,044 кг/моль).

2.68 Разность удельных теплоемкостей для некоторого двухатомного газа равна $c_P^{уд} - c_V^{уд} = 260$ Дж/(кг·К). Определить молярную массу μ газа и его удельные теплоемкости $c_V^{уд}$ и $c_P^{уд}$.

2.69 Каковы удельные теплоемкости $c_V^{уд}$ и $c_P^{уд}$ смеси газов, содержащей кислород массой m_1 = 10 г и азот массой m_2 = 20 г? Молярные массы кислорода и азота соответственно равны μ_1 = 0,032 кг/моль и μ_2 = 0,028 кг/моль.

2.70 Определить удельную теплоемкость $c_V^{уд}$ смеси газов, содержащей V_1 = 5 л водорода с молярной массой μ_1 = 0,002 кг/моль и V_2 = 3 л гелия с молярной массой μ_2 = 0,004 кг/моль. Газы находятся при одинаковых условиях.

2.71 Определить удельную теплоемкость $c_P^{уд}$ смеси кислорода (μ_1 = 0,032 кг/моль) и азота (μ_2 = 0,028 кг/моль), если количество вещества первого компонента равно ν_1 = 2 моля, а второго компонента ν_2 = 4 моля.

2.72 В баллоне находятся аргон и азот. Определить удельную теплоемкость $c_V^{уд}$ смеси этих газов, если массовые доли аргона и азота одинаковы и равны α = 0,5. Молярная масса аргона μ_1 = 0,04 кг/моль, молярная масса азота μ_2 = 0,028 кг/моль.

2.73 Смесь газов состоит из хлора и криптона, взятых при одинаковых условиях и в равных объемах. Определить удельную теплоемкость $c_P^{уд}$ смеси. Молярные массы хлора и криптона соответственно равны μ_1 = 0,070 кг/моль, μ_2 = 0,084 кг/моль.

2.74 Определить показатель адиабаты γ для смеси газов, содержащей гелий массой m_1 = 10 г и водород массой m_2 = 4 г. Молярные массы гелия и водорода соответственно равны μ_1 = 0,004 кг/моль, μ_2 = 0,002 кг/моль.

2.75 Найти показатель адиабаты γ смеси водорода (μ_1 = 0,002 кг/моль) и неона (μ_2 = 0,02 кг/моль), если массовые доли обоих газов в смеси одинаковы и равны α = 0,5.

2.76 Найти показатель адиабаты γ смеси газов, содержащей кислород O_2 и аргон Ar, если количества вещества того и другого газа в смеси одинаковы и равны ν.

2.77 На нагревание кислорода массой m = 160 г на ΔT = 12 К было затрачено количество теплоты Q = 1,76 кДж. Как протекал процесс: при постоянном объеме или при постоянном давлении? Молярная масса кислорода μ = 0,032 кг/моль.

2.78 При адиабатическом сжатии идеального газа его объем уменьшился в n = 10 раз, а давление увеличилось в k = 21,4 раза. Определить показатель адиабаты газа.

2.79 ν = 3 моля идеального газа, находящегося при температуре T_0 = 273 К, изотермически расширили в n = 5 раз, а затем изохорически нагрели так, что его давление стало равно первоначальному. За весь процесс газу сообщили количество тепла Q = 80 кДж. Изобразить процессы на P – V диаграмме и определить молярную теплоемкость $C_V^{мол}$ газа при постоянном объеме.

2.80 Объем одного моля (ν = 1 моль) идеального газа с показателем адиабаты γ изменяют по закону $V = \alpha / T$, где α -

постоянная. Найти количество тепла, полученного газом в этом процессе, если его температура возросла на ΔT.

2.81 Идеальный газ с показателем адиабаты γ расширили по закону $P = \alpha V$, где α - постоянная. Первоначальный объем газа V_0. В результате расширения объем газа увеличился в n раз. Найти: 1) приращение внутренней энергии газа; 2) работу, совершенную газом; 3) молярную теплоемкость газа в этом процессе.

2.82 Определить молярную массу газа, если при нагревании m = 0,5 кг этого газа на ΔT = 10 К изобарически требуется на ΔQ = 1,48 кДж тепла больше, чем при изохорическом нагревании.

2.83 Идеальный газ, показатель адиабаты которого γ, расширяют так, что тепло равно убыли его внутренней энергии. Найти молярную теплоемкость газа в этом процессе.

2.84 Идеальный газ расширился по закону $P = \alpha V$, где численное значение α = 0,1R. При этом начальный объем газа V_1 = 20 л увеличился в n = 3 раза. Какую работу A совершил газ при расширении, если молярная теплоемкость газа в процессе $C^{мол} = C_V^{мол} + R/2$, где $C_V^{мол} = 21$ Дж/(моль·К) – молярная теплоемкость при постоянном объеме? Какое количество Q тепла получил газ?

2.85 Один киломоль идеального газа сжимают так, что давление и температура изменяются по закону $P = \alpha T^2$, где численное значение $\alpha = R/2$. При этом начальный объем газа V_1 = 3 л уменьшается в n = 3 раза. Какую работу A совершил газ при сжатии, и какое количество тепла Q выделилось, если молярная теплоемкость газа в процессе $C^{мол} = C_V^{мол} + 2R$, где $C_V^{мол}$= 21 Дж/(моль·К) – молярная теплоемкость при постоянном объеме?

2.86 Один киломоль идеального газа сжимают так, что давление и температура изменяются по закону $P = \alpha / T^2$, где численное значение α = 0,1R. При этом конечное давление газа по сравнению с начальным P_1 = 0,01 МПа возрастает в n = 8 раз. Какую работу совершил газ при сжатии, если молярная теплоемкость газа в процессе $C^{мол} = C_V^{мол} + R/2$, где $C_V^{мол}$– молярная теплоемкость при постоянном объеме?

2.87 Один моль одноатомного идеального газа расширяется по закону: $PV^2 = const$. Работа A, совершаемая газом, подсчитывается по формуле: $A = P_1V_1 - P_2V_2$, где P_1, V_1 – начальные параметры газа, P_2, V_2 - конечные. Найти молярную теплоемкость газа в этом процессе.

2.88 Определить молярную теплоемкость идеального газа как функцию его объема V, если газ совершает процесс по закону $T = T_0 e^{\alpha V}$. Молярная теплоемкость газа $C_V^{мол}$ при постоянном объеме известна.

2.89 Определить молярную теплоемкость идеального газа как функцию его объема V, если газ совершает процесс по закону $P = P_0 e^{\alpha V}$. Молярная теплоемкость газа $C_V^{мол}$ при постоянном объеме известна.

2.90 Один моль (ν = 1 моль) идеального газа, теплоемкость которого при постоянном давлении $C_P^{мол}$, совершает процесс по закону $T = T_0 + \alpha V$, где T_0 и α - постоянные. Найти: 1) молярную теплоемкость газа как функцию его объема V; 2) сообщенное газу тепло при его расширении от V_1 до V_2.

2.91 Найти уравнение процесса (в переменных T – V), при котором молярная теплоемкость идеального газа изменяется по закону: 1) $C^{мол} = C_V^{мол} + \alpha T$; 2) $C^{мол} = C_V^{мол} + \beta V$, где α и β - постоянные.

2.92 Имеется идеальный газ с показателем адиабаты γ. Его молярная теплоемкость при некотором процессе изменяется по закону: $C^{мол} = \alpha / T$, где α - постоянная. Определить работу, совершенную одним молем газа при его нагревании от T_0 до температуры в η раз большей.

2.93 В вертикальном, открытом сверху, цилиндрическом теплоизолированном сосуде сечением S = 120 см^2 под невесомым поршнем находится одноатомный газ при давлении окружающего пространства $P_0 = 10^5$ Па и температуре T_0 = 300 К. Сосуд внутри разделен на две равные части горизонтальной перегородкой с небольшим отверстием. После того, как на поршень положили груз массой m = 0,36 кг, он переместился до перегородки. Найти установившуюся температуру.

2.94 В длинном горизонтальном цилиндрическом теплоизолированном сосуде находится поршень, удерживаемый ограничителем на некотором расстоянии от закрытого торца сосуда (см. рис 2.9). Поршень отделяет от внешнего пространства ν = 1 моль одноатомного газа при давлении в два раза меньшем атмосферного и температуре T_0. Какое количество тепла Q нужно сообщить газу, чтобы его объем увеличился в два раза? Трением пренебречь.

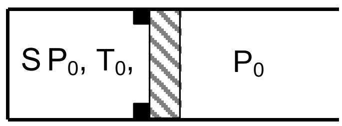


Рис. 2.9

2.95 В длинном горизонтальном закрепленном цилиндрическом сосуде под поршнем массой m = 2 кг находится ν = 1 моль одноатомного газа. При нагревании газа поршень приходит в равноускоренное движение и приобретает через некоторое время скорость v = 0,2 м/с. Найти количество тепла Q, сообщенное газу. Трением и теплоемкостью сосуда пренебречь.

3. ВТОРОЕ НАЧАЛО ТЕРМОДИНАМИКИ

Основные понятия и законы

Второе начало (второй закон) *термодинамики* позволяет установить направление самопроизвольных термодинамических процессов. Оно также совместно с I началом дает возможность определить количественные соотношения между макроскопическими параметрами тел в состоянии термодинамического равновесия.

Термодинамический процесс, совершаемый системой, называется *обратимым,* если после него можно возвратить систему и всю окружающую среду в первоначальное состояние без каких либо изменений. Если процесс не удовлетворяет этому условию, то он – *необратимый.* Необходимое условие обратимости процесса в термодинамике – его *равновесность* (квазистатичность), т.е. любой обратимый процесс является равновесным, но не любой равновесный процесс обратим.

Все реальные процессы протекают с конечной скоростью и сопровождаются трением и теплообменом при конечной разности температур контактирующих тел. Следовательно, все реальные процессы, строго говоря, необратимы. Но в некоторых условиях протекания процессов их можно приближенно считать обратимыми.

Круговым процессом (циклом) называется совокупность нескольких термодинамических процессов, в результате которых система возвращается в исходное состояние. На диаграммах состояния (в координатах P-V, P-T, V-T) круговые процессы изображаются в виде замкнутых кривых. Тело, совершающее круговой процесс и обменивающееся энергией с другими телами, называется рабочим телом. Обычно таким телом является газ. Круговые процессы лежат в основе всех тепловых машин.

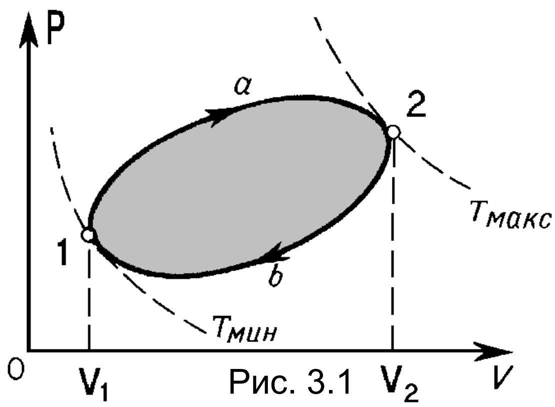


Рис. 3.1

Рассмотрим схематично работу тепловой машины по произвольному равновесному круговому процессу 1-a-2-b-1 (рис.3.1):

1) расширение из состояния 1 в состояние 2 при получении количества тепла Q_1 от нагревателя с совершением положительной работы A_1 (площадь фигуры $V_1$1a2V_2);

2) сжатие газа внешними силами из состояния 2 в состояние 1 с отдачей количества тепла Q_2 холодильнику при совершении над газом работы A_2' (площадь фигуры $V_1$1b2V_2), причем работа газа $A_2 < 0$ и $A_2 = -A_2'$. За весь цикл газ

совершает работу $A = A_1 + A_2$, численно равную площади 1a2b, ограниченной замкнутой кривой процесса. Таким образом, любая тепловая машина осуществляет *прямой* цикл, получая энергию в форме тепла от внешних источников и часть ее превращая в работу.

Обратным циклом называется круговой процесс с отрицательной работой системы, осуществляемый в холодильных установках, где рабочее тело получает энергию в виде работы внешних сил и передает ее в форме теплоты от холодного тела к более горячему (при этом замкнутая кривая в координатах P–V обходится против часовой стрелки).

Для циклического процесса полное изменение внутренней энергии $\Delta U = 0$ (совпадают начальное и конечное состояния). Следовательно, в соответствии с первым началом термодинамики общее количество тепла, сообщенное рабочему телу, равно работе, совершаемой телом за цикл

$$Q = Q_1 - |Q_2| = A. \tag{3.1}$$

Величина

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} < 1 \tag{3.2}$$

называется *коэффициентом полезного действия* тепловой машины (КПД).

Для обратных циклов используется понятие холодильного коэффициента

$$k = \frac{Q_2}{|Q_1| - Q_2} = \frac{Q_2}{A'}. \tag{3.3}$$

Существует несколько эквивалентных *формулировок второго начала термодинамики*, которые указывают условия превращения теплоты в работу:

1) невозможен процесс, единственным результатом которого является передача теплоты от холодного тела к горячему (Р. Клаузиус);

2) невозможен процесс, единственным результатом которого является совершение работы за счет охлаждения одного тела (У. Томсон – М. Планк).

Цикл Карно

Идеальная машина Карно совершает обратимый круговой процесс (цикл Карно), состоящий из двух изотерм и двух адиабат, как показано на рис.3.2. В прямом цикле Карно

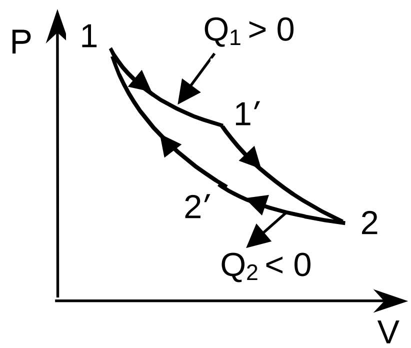


Рис. 3.2

1–1′ – изотермическое расширение в контакте с нагревателем $T_1 = T_н$ и $Q_1 > 0$;

1′–2 – адиабатическое расширение ($Q = 0$);

2–2′ – изотермическое сжатие в контакте с холодильником $T_2 = T_x$ и $Q_2 < 0$;
2′–1 – адиабатическое сжатие (Q = 0).

Элементарное количество тепла δQ, полученное (отданное) системой, деленное на абсолютную температуру T, при которой оно было получено, называется элементарным приведенным количеством тепла $\delta Q/T$. Соответственно величина Q/T называется приведенным количеством тепла.

Для цикла Карно приведенные теплоты в процессах 1–1′ и 2–2′ равны

$$\frac{Q_1}{T_1} = \frac{|Q_2|}{T_2}, \qquad (3.4)$$

поэтому КПД цикла Карно

$$\eta_K = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} \qquad (3.5)$$

зависит только от температур, а не от устройства машины. КПД любой тепловой машины не может превосходить КПД идеальной машины Карно с теми же температурами нагревателя и холодильника.

Энтропия

Можно показать, что приведенное количество тепла $\delta Q/T$ не зависит от пути перехода, а определяется только начальным и конечным состояниями системы. Для обратимых процессов оно является полным дифференциалом функции состояния системы S, называемой *энтропией* системы

$$dS = \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{обр} \quad \left[\frac{Дж}{К}\right]. \qquad (3.6)$$

Энтропия системы определяется с точностью до произвольной постоянной. Физический смысл имеет не сама энтропия, а разность энтропий двух равновесных состояний . Для обратимого процесса

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}. \qquad (3.7)$$

Если переход из начального состояния в конечное осуществляется несколькими последовательными процессами, то полное изменение энтропии равно алгебраической сумме изменений энтропии в каждом процессе.

Энтропия адиабатически изолированной системы в любом обратимом процессе не изменяется

$$\Delta S = \left(\int \frac{dQ}{T}\right)_{обр} = 0,$$

а в необратимом процессе возрастает

$$\Delta S = S_2 - S_1 \geq 0.$$

Следовательно, *энтропия изолированной системы не может убывать*. Максимально возможное значение энтропии системы достигается в состоянии равновесия.

Для обратимых процессов выполняется термодинамическое тождество

$$\delta Q = T \cdot dS = dU + \delta A \ ,$$

поэтому элементарная работа

$$\delta A = -(dU - T \cdot dS).$$

Значит, в природе невозможен процесс, в результате которого внутренняя энергия dU (тепловая энергия хаотического движения) перешла бы полностью в полезную работу (энергию направленного движения).

Таким образом, энтропия является мерой обесценивания тепловой энергии, мерой беспорядка (хаоса) в системе. Чем больше энтропия системы, тем меньше вероятность совершения системой полезной работы, а в состоянии равновесия система не может совершать полезную работу. Энтропия связана с вероятностью **w** осуществления данного состояния системы. Количественное соотношение установлено Больцманом

$$S = k \ln w \ ,$$

где k =$1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К постоянная Больцмана. Последнее выражение иногда считают еще одной математической формулировкой II начала термодинамики, так же и как принцип возрастания энтропии.

Примеры решения задач

__Задача 3.1__ Тепловая машина работает по некоторому обратимому прямому циклу, КПД которого $\eta = 25\%$. Каков будет холодильный коэффициент этой машины, если она будет совершать тот же цикл в обратном направлении?

Решение

В обратном цикле рабочее тело будет отбирать у холодильника количество тепла Q_2 и затем отдавать нагревателю количество теплоты Q_1. Работа A, совершенная рабочим телом в обратном цикле, будет отрицательна.

Холодильный коэффициент (3.3) запишется

$$k = \frac{Q_2}{|A|}.$$

Коэффициент полезного действия прямого цикла (3.1)

$$\eta = \frac{A}{Q_1},$$

где количество подводимого в этом цикле тепла можно выразить через холодильный коэффициент

$$Q_1 = |Q_2| + A = A(k+1).$$

Следовательно

$$\eta = \frac{A}{A(k+1)} = \frac{1}{k+1}.$$

Окончательно получаем

$$k = 1 - \frac{1}{\eta} = \frac{1}{0{,}25} - 1 = 3 = 300\%$$

<u>Задача 3.2</u> $m = 1$ кг воздуха совершает цикл Карно в диапазоне температур $t_1 = 327°C$ и $t_2 = 27°C$, причем максимальное давление в цикле $P_1 = 26{\cdot}10^5$ Па, а минимальное - $P_2 = 10^5$ Па. Определить объёмы газа для характерных точек цикла и недостающие значения давления. Молярная масса воздуха $\mu = 29{\cdot}10^{-3}$ кг/моль.

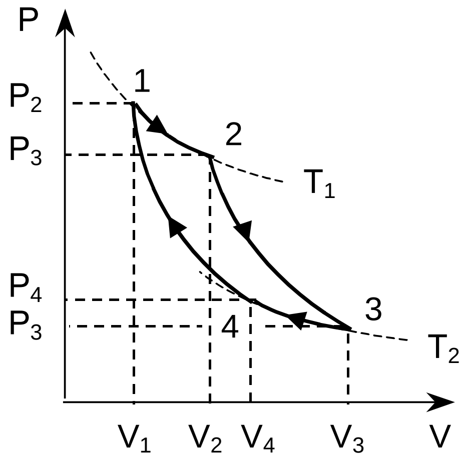


Рис. 3.3

Решение

Для воздуха показатель адиабаты $\gamma = 1{,}4$ ($i = 5$).

Максимальное давление в цикле Карно соответствует точке **1**: $P_1 = 26{\cdot}10^5$ Па. Так как температура в этой точке известна $T_1 = 600$ K, то из уравнения состояния идеального газа (1.11)

$$P_1 \cdot V_1 = \frac{m}{\mu} R \cdot T_1 \Rightarrow V_1 = \frac{m \cdot R \cdot T_1}{\mu \cdot P_1} = \frac{1 \cdot 8{,}31 \cdot 600}{29 \cdot 10^{-3} \cdot 26 \cdot 10^5} = 0{,}066 \text{м}^3.$$

Минимальное давление в цикле реализуется в точке **3:** $P_3 = 10^5$ Па, а температура в этой точке $T_3 = 300$ К. Аналогично запишем

$$P_3 \cdot V_3 = \frac{m}{\mu} RT_3 \quad \Rightarrow \quad V_3 = \frac{mRT_3}{\mu P_3} = \frac{1 \cdot 8{,}31 \cdot 300}{29 \cdot 10^{-3} \cdot 10^5} = 0{,}86 \text{ м}^3.$$

Для точки **2** температура $T_2 = T_1 = 600$ K. Используем уравнение адиабаты 2–3

$$\frac{P_2}{P_3} = \left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \Rightarrow P_2 = P_3 \left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 10^5 \cdot \left(\frac{600}{300}\right)^{\frac{1{,}4}{0{,}4}} = 11{,}31 \cdot 10^5 \text{Па}.$$

А также уравнение изотермы для процесса 1–2

$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2 \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{P_1}{P_2} = 0{,}066 \frac{26 \cdot 10^5}{11{,}31 \cdot 10^5} = 0{,}152 \text{ м}^3.$$

Для точки **4** из уравнения адиабаты 4–1 получаем давление P_4

$$\frac{P_1}{P_4} = \left(\frac{T_1}{T_4}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \Rightarrow P_4 = P_1 \left(\frac{T_4}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 26 \cdot 10^5 \left(\frac{300}{600}\right)^{3{,}5} = 2{,}3 \cdot 10^5 \text{Па}.$$

Из уравнения изотермы 3–4 объем в этой точке

$$P_3V_3 = P_4V_4 \Rightarrow V_4 = V_3\frac{P_3}{P_4} = 0{,}86\cdot\frac{10^5}{2{,}3\cdot 10^5} = 0{,}37\text{м}^3.$$

Задача 3.3 Холодильная машина работает по обратному циклу Карно 1–4–3–2–1 в диапазоне температур $t_1 = 27°C$ и $t_2 = -3°C$ (рис.3.4). Рабочее тело – азот массой m = 2 кг. Найти количество теплоты Q_2, отбираемое у охлаждаемого тела, и работу внешних сил за цикл, если отношение максимального объёма к минимальному n = 5. Молярная масса азота $\mu = 28\cdot 10^{-3}$ кг/моль.

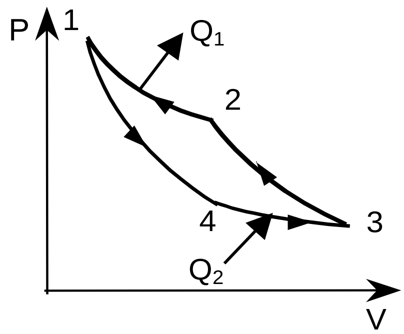


Рис. 3.4

Решение

Искомое количество теплоты получено рабочим газом от охлаждаемого тела в процессе 4–3: $Q_2 = Q_{43}$. Поскольку это процесс изотермического расширения, то

$$Q_{43} = A_{43} = \frac{m}{\mu}RT\cdot\ln\frac{V_3}{V_4}$$

Из графика цикла очевидно, что максимальный объём за цикл V_3, а минимальный V_1. Тогда по условию $V_3/V_1 = n$. Из уравнения адиабаты 1–4:

$$\left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1} \quad\Rightarrow\quad \frac{V_1}{V_4} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}.$$

Перемножив почленно два последние равенства, получим

$$\frac{V_3}{V_4} = n\cdot\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}.$$

Подставляя это выражение, для Q_{43} имеем:

$$Q_{43} = Q_2 = \frac{m}{\mu}RT_2\left(\ln n + \frac{1}{\gamma-1}\ln\frac{T_2}{T_1}\right)$$

$$Q_{43} = \frac{0{,}2}{28\cdot 10^{-3}}8{,}31\cdot 270\left(\ln 5 + \frac{1}{1{,}4-1}\ln\frac{300}{270}\right) = 30\text{ кДж}.$$

Работа внешних сил за цикл: $A' = |Q_1| - Q_2$, а так как для цикла Карно приведенные теплоты в изотермических процессах одинаковы (3.4), то

$$\frac{Q_2}{|Q_1|} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow |Q_1| = Q_2\frac{T_2}{T_1},$$

$$A' = Q_2\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) = 30\cdot\left(\frac{300}{270} - 1\right) = 3{,}33\text{ кДж}$$

<u>Задача 3.4</u> Тепловая машина работает по циклу Карно. Температура нагревателя $t_1 = 400^0 C$, холодильника $t_2 = 20^0 C$. Рабочим телом служат $m = 2$ кг воздуха. Давление в конце изотермического расширения P_2 равно давлению P_4 в начале адиабатического сжатия. Время выполнения цикла $\tau = 1$ с. Построить цикл Карно в координатах (S – T) энтропия–температура и найти мощность двигателя, работающего по этому циклу. Молярная масса воздуха $\mu = 0{,}029$ кг/моль

Решение

Рассмотрим последовательно процессы, входящие в цикл Карно.

<u>Процесс 1-2</u> (см.рис.3.5) – изотермическое расширение при температуре T_1 = const с подведением тепла. Тогда, согласно (3.7)

$$\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T_1} = \frac{1}{T_1}\int_1^2 \delta Q = \frac{\Delta Q_{12}}{T_1},$$

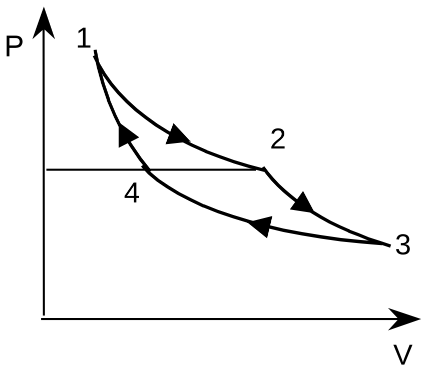


Рис. 3.5

причем $\Delta Q_{12} > 0$ следовательно $\Delta S_{12} > 0$ – участок вертикальной прямой 1-2 на рис.3.6.

<u>Процесс 2-3</u> (рис.3.5) – адиабатическое расширение, $Q_{23} = 0$, следовательно $S_2 = S_3$, а температура уменьшается до значения T_2. Этому процессу на диаграмме S–T (рис.3.6) соответствует горизонтальный участок 2-3.

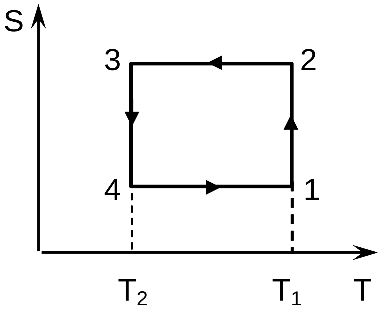


Рис. 3.6

<u>Процесс 3-4</u> изотермическое сжатие при температуре $T_2 = \text{const}$ с передачей тепла холодильнику, поэтому $\Delta Q_{34} < 0$, а значит и $\Delta S_{34} < 0$ энтропия убывает.

<u>Процесс 4-1</u> адиабатическое сжатие при $Q_{41} = 0$, а поэтому $S_4 = S_1$, температура возрастает до значения T_1.

Коэффициент полезного действия цикла Карно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{A}{Q_1},$$

где $Q_1 = Q_{12}$ – количество тепла, полученное рабочим телом на участке изотермического расширения 1-2. Тогда работа за цикл

$$A = \eta Q_1 = \frac{T_1 - T_2}{T_1} Q_1.$$

Мощность двигателя

$$N = \frac{A}{\tau} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} \cdot \frac{Q_1}{\tau}.$$

С учетом уравнения изотермы 1-2 : $P_1V_1 = P_2V_2$,

$$Q_1 = \frac{m}{\mu} R \cdot T_1 \cdot \ln\frac{V_2}{V_1} = \frac{m}{\mu} R \cdot T_1 \cdot \ln\frac{P_1}{P_2}$$

Так как по условию $P_2 = P_4$, то из уравнения процесса адиабатического сжатия 4–1

$$\frac{P_1}{P_4} = \frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \Rightarrow Q_1 = \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot T_1 \cdot \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right).$$

Подставляя Q_1 в выражение для мощности N, получим

$$N = \frac{T_1 - T_2}{\tau} \cdot \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)$$

$$N = \frac{400-20}{1} \cdot \frac{2}{29 \cdot 10^{-3}} \cdot 8{,}314 \cdot \frac{1{,}4}{1{,}4-1} \cdot \ln\left(\frac{673}{293}\right) = 634 \text{ кВт}.$$

<u>Задача 3.5</u> Тепловой двигатель работает по циклу, состоящему из изотермического, изобарического и адиабатического процессов. В изобарическом процессе рабочее тело – идеальный газ – нагревается от температуры $T_1 = 200$ K до температуры $T_2 = 500$ K. Определить коэффициент полезного действия данного теплового двигателя и двигателя, работающего по циклу Карно, происходящему между максимальной и минимальной температурами данного цикла.

Решение

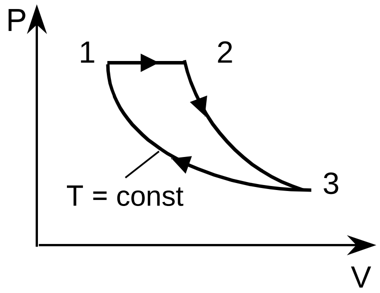


Рис. 3.7

В условии задачи не указана последовательность процессов, составляющих цикл, но поскольку изобарический процесс идет с ростом температуры, то на графике прямая этого процесса должна лежать выше кривых изотермического и адиабатического процессов. Поэтому, как показано на рис.3.7, сначала идет процесс изобарического расширения, потом адиабатического расширения до первоначальной температуры, а затем изотермическим сжатием газ возвращают в исходное состояние (любая другая последовательность процессов не удовлетворяет условию задачи).

В данном цикле газ получает теплоту в процессе 1–2, поэтому $Q_1 = Q_{12}$, а отдает теплоту в процессе 3–1, то есть $Q_2 = Q_{31}$. Процесс 2–3 адиабатический $Q_{23} = 0$.

Количество теплоты, получаемое в изобарическом процессе

$$Q_1 = Q_{12} = \frac{m}{\mu} \cdot C_P^{мол} \cdot (T_2 - T_1) = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i+2}{i} \cdot R(T_2 - T_1).$$

Количество теплоты, отдаваемое в изотермическом процессе

$$Q_2 = |Q_{31}| = \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot T_1 \cdot \ln\left(\frac{V_3}{V_1}\right) .$$

Для адиабатического процесса 2–3, учитывая, что $T_1 = T_3$, имеем

$$\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_3} = \frac{T_2}{T_1} .$$

Извлекая корень степени (γ – 1) из левой и правой частей, получим

$$\frac{V_3}{V_2} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} .$$

В изобарическом процессе 1–2:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} .$$

Перемножая эти выражения, получим:

$$\frac{V_3}{V_2} \cdot \frac{V_2}{V_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \cdot \frac{T_2}{T_1} \quad \Rightarrow \quad \frac{V_3}{V_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} .$$

Тогда, тепло, отдаваемое в адиабатическом процессе

$$|\, Q_2| = |Q_{31}| = \frac{m}{\mu} \cdot RT_1 \cdot \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right).$$

Показатель адиабаты выражаем через число степеней свободы молекулы газа

$$\gamma = \frac{i+2}{i} \quad \Rightarrow \quad \frac{\gamma}{\gamma-1} = \frac{i+2}{2} .$$

Окончательно, отдаваемое тепло

$$|\, Q_2| = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i+2}{2} \cdot RT_1 \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right).$$

Коэффициент полезного действия цикла (3.2)

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{\frac{m}{\mu} \cdot \frac{i+2}{2} \cdot RT_1 \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)}{\frac{m}{\mu} R \cdot \frac{i+2}{2} \cdot (T_2 - T_1)} = 1 - \frac{T_1}{T_2 - T_1} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 1 - \frac{2}{3} \ln\left(\frac{5}{2}\right) = 0{,}39$$

К

Коэффициент полезного действия цикла Карно между максимальной и минимальной температурами

$$\eta_K = \frac{T_2 - T_1}{T_2} = \frac{500 - 200}{500} = 0{,}6 .$$

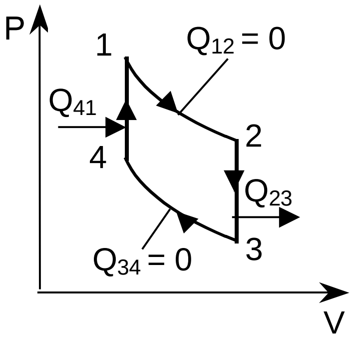
Задача 3.6 Найти КПД цикла, состоящего из двух изохор и двух адиабат, если в пределах цикла объем идеального газа изменяется в n = 10 раз. Рабочим веществом является азот.

Решение

КПД любого цикла (3.2) запишется

$$\eta = \frac{Q_1 - |Q_2|}{Q_1}$$

В данном цикле (рис.3.8) тепло подводится в изохорическом процессе 4–1, а отдается в изохорическом процессе 2–3. Учитывая, что работа в этих процессах не совершается, имеем



$$Q_1 = Q_{41} = \Delta U_{41} = \frac{m}{\mu} \cdot C_V^{мол} \cdot \Delta T = \frac{m}{\mu} \cdot C_V^{мол} (T_1 - T_4)$$

Рис. 3.8

$$|\,Q_2| = |\,Q_{23}| = |\,\Delta U_{23}| = \frac{m}{\mu} \cdot C_V^{мол} (T_2 - T_3),$$

Процессы 1–2 и 3–4 адиабатические ($Q_{12} = 0$ и $Q_{34} = 0$). Тогда КПД цикла

$$\eta = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_4}.$$

Воспользуемся уравнениями адиабат для получения соотношений между температурами цикла с учетом того, что $V_2 = V_3$ и $V_4 = V_1$

$$T_2 \cdot V_2^{\gamma-1} = T_1 \cdot V_1^{\gamma-1};$$

$$T_3 \cdot V_2^{\gamma-1} = T_4 \cdot V_1^{\gamma-1}$$

Вычитая два последних уравнения, получаем

$$(T_2 - T_3) \cdot V_2^{\gamma-1} = (T_1 - T_4) \cdot V_1^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T_2 - T_3}{T_2 - T_4} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = \left(\frac{1}{n}\right)^{\gamma-1} = n^{-\gamma+1}.$$

Для азота N_2 показатель адиабаты $\gamma = \frac{i+2}{i} = \frac{5+2}{5} = 1{,}4$, а n =10 по условию задачи, следовательно

$$\eta = 1 - 10^{-1{,}4+1} = 0{,}6.$$

Задача 3.7 Кислород массой m = 0,4 кг нагревают при постоянном давлении от температуры $t_1 = 17°C$ до температуры $t_2 = 97°C$. Найти изменение энтропии газа. Молярная масса кислорода μ = 0,032 кг/моль.

Решение

Изменение энтропии в обратимом процессе, согласно (3.7),

$$\Delta S = \int_1^2 \delta Q / T.$$

Для изобарического процесса $\delta Q_P = \dfrac{m}{\mu} \cdot C_P^{мол} dT$.

Подставляя, получим

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} \cdot C_P^{мол} \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} = \frac{m}{\mu} \cdot C_P^{мол} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{i+2}{2} \cdot R \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right).$$

Окончательно изменение энтропии равно

$$\Delta S = \frac{0{,}4}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot \frac{5+2}{2} \cdot 8{,}31 \cdot \ln\left(\frac{370}{290}\right) = 88{,}6 \frac{Дж}{К}.$$

Задача 3.8 Во сколько раз следует изотермически увеличить объем идеального газа в количестве $\nu = 5$ моль, чтобы приращение его энтропии составило $\Delta S = 45{,}65$ Дж/К?

Решение

В изотермическом процессе $T = const$, поэтому элементарное количество тепла, согласно первому началу термодинамики (2.6),

$$\delta Q = \delta A = P \cdot dV, \quad dU = 0.$$

Тогда приращение энтропии по (3.7)

$$\Delta S = \int_1^2 P \frac{dV}{T}.$$

Температуру выразим из уравнения состояния идеального газа

$$P \cdot V = \nu \cdot R \cdot T \quad \Rightarrow \quad T = \frac{P \cdot V}{\nu \cdot R}$$

Подставляя, получим

$$\Delta S = \int_{V_1}^{V_2} P \frac{dV \cdot \nu \cdot R}{P \cdot V} = \nu \cdot R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \nu \cdot R \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right).$$

Перепишем последнее выражение в виде

$$\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \frac{\Delta S}{\nu \cdot R},$$

потенцируем, и получим итоговую формулу

$$\frac{V_2}{V_1} = e^{\frac{\Delta S}{\nu \cdot R}} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 2{,}71^{\frac{45{,}65}{5 \cdot 8{,}31}} \approx 3.$$

Задача 3.9 Идеальный газ совершает цикл 1–2–3–1, в пределах которого абсолютная температура изменяется в n раз, а сам цикл имеет вид, показанный на рис.3.9,

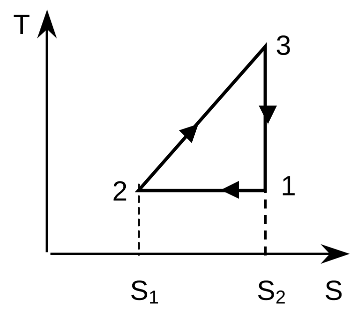


Рис. 3.9

где T – температура, S – энтропия. Найти КПД цикла.

Решение

КПД цикла выражается формулой (3.2)

$$\eta = 1 - \frac{|Q_1|}{Q_2},$$

где Q_1 – подводимое от нагревателя тепло, Q_2 – тепло, отданное холодильнику.

Согласно определению энтропии (3.7)

$$dS = \frac{\delta Q}{T},$$

то есть знаки дифференциалов dS и δQ совпадают.

Из этого выражения следует

$$Q = \int T dS,$$

а значит тепло, подводимое или отводимое в цикле определяется площадью под графиком процесса на T–S диаграмме.

<u>На участке 1-2</u> $S_2 < S_1$, поэтому газ отдает тепло $Q_{12} < 0$. Площадь под графиком процесса

$$|Q_{12}| = (S_1 - S_2)T$$

<u>На участке 2-3</u> $S_3 > S_2$, газ поглощает тепло $Q_{23} > 0$. Определяем площадь под графиком процесса

$$Q_{23} = \frac{1}{2}T(n+1)(S_1 - S_2).$$

<u>На участке 3-1</u> $S_3 = S_1$, следовательно, $\Delta S = \Delta Q = 0$ процесс адиабатический (без теплообмена).

Тогда для данного цикла $Q_1 = Q_{23}$ и $|Q_2| = |Q_{12}|$. КПД цикла

$$\eta = 1 - \frac{(S_1 - S_2)T}{T(n+1)(S_1 - S_2)/2} = \frac{n-1}{n+1}.$$

<u>Задача 3.10</u> Теплоизолированный сосуд разделен на две равные части перегородкой, в которой имеется закрывающееся отверстие. В одной части сосуда находится водород массой m = 10 г. Другая часть сосуда откачана до глубокого вакуума. Отверстие в перегородке открывают, и газ заполняет весь объем. Считая газ идеальным, найти приращение его энтропии. Молярная масса водорода $\mu = 2\cdot10^{-3}$ кг/моль.

Решение

Расширение газа в условиях задачи является <u>необратимым</u> процессом. Энтропия в результате необратимого процесса увеличивается, а ее изменение определяется только начальным и конечным состояниями системы. Чтобы найти это изменение, надо рассмотреть любой <u>обратимый</u> процесс, переводящий систему из начального состояния в конечное.

Поскольку газ изолирован от окружающей среды, и его температура не изменяется, то можно рассмотреть обратимое изотермическое расширение с увеличением объема в 2 раза. В изотермическом процессе

$$\Delta S = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{1}{T}\int_1^2 dQ = \frac{1}{T}\int_1^2 dA = \frac{1}{T}\int_1^2 PdV .$$

Выразим давление из уравнения состояния идеального газа

$$PV = \frac{m}{\mu}\cdot RT \Rightarrow P = \frac{mRT}{\mu V} .$$

Подставим давление в интеграл

$$\Delta S = \frac{1}{T}\int_1^2 \frac{mRT}{\mu V} dV = \frac{m}{\mu}\cdot R\int_1^2 \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} R\cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \frac{10}{2}\cdot 8{,}31\cdot \ln(2) = 28{,}8\ \text{Дж}/\text{К} .$$

Задачи для самостоятельного решения

3.11 Газ совершает цикл Карно. Абсолютная температура нагревателя в $n = 4$ раза выше абсолютной температуры холодильника. Какую долю теплоты, получаемой за один цикл от нагревателя, газ отдает холодильнику?

3.12 Газ совершает цикл Карно. Абсолютная температура нагревателя в $n = 3$ раза выше, чем температура холодильника. Нагреватель передал газу количество тепла Q_1 = 42 кДж. Какую работу совершил газ за цикл?

3.13 Газ совершает цикл Карно. Температура холодильника $T_2 = 290$ К. Во сколько раз увеличится КПД цикла, если температуру нагревателя повысить с $T_1 = 400$ К до $T_1' = 600$ К?

3.14 Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $A = 2{,}94$ кДж и отдает за один цикл холодильнику количество тепла $Q_2 = 13{,}4$ кДж. Найти КПД цикла.

3.15 Газ, совершающий цикл Карно 2/3 теплоты Q_1, полученной от нагревателя, отдает холодильнику. Температура холодильника $T_2 = 280$ К. Определить температуру нагревателя.

3.16 Найти КПД тепловой машины, совершающей цикл Карно, если работа за цикл равна $A = 10$ Дж, а работа на участке изотермического сжатия $A' = 5$ Дж.

3.17 Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, за цикл получает от нагревателя количество теплоты $Q_1 = 2{,}512$ кДж. Температура нагревателя $T_1 = 400$ K, температура холодильника $T_2 = 300$ K. Найти работу, совершаемую машиной за один цикл, и количество теплоты Q_2, отдаваемое за один цикл холодильнику.

3.18 Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, совершает за один цикл работу $A = 73{,}5$ кДж. Температура нагревателя $t_1 = 100$°C, температура холодильника $t_2 = 0$°C. Найти КПД цикла, количество теплоты Q_1, получаемое за один цикл от нагревателя, и количество теплоты Q_2, отдаваемое за один цикл холодильнику.

3.19 В каком случае КПД цикла Карно повысится больше: при увеличении температуры нагревателя на ΔT или при уменьшении температуры холодильника на такую же величину?

3.20 Тепловую машину, работающую по циклу Карно с КПД $\eta = 10\%$, используют при тех же температурах нагревателя и холодильника как холодильную машину. Найти ее холодильный коэффициент k.

3.21 Тепловая машина Карно используется в качестве холодильной машины для поддержания температуры некоторого резервуара $t_2 = -3°C$. Температура окружающего воздуха $t_1 = 27°C$. Какая механическая работа требуется для выполнения одного цикла машины, если при этом от резервуара отводится $Q_2 = 900$ Дж тепла?

3.22 Температура пара, поступающего из котла в паровую машину, $t_1 = 227°C$, температура в конденсоре $t_2 = 27°C$. Какова теоретически максимальная работа, которую можно получить при затрате количества теплоты $Q_1 = 4180$ Дж?

3.23 У тепловой машины, работающей по циклу Карно, температура нагревателя в $n = 1{,}6$ раза больше температуры холодильника. За один цикл машина производит работу А = 12 кДж. Какая работа за цикл затрачивается на изотермическое сжатие рабочего тела?

3.24 Водород совершает цикл Карно. Найти КПД цикла, если при адиабатическом расширении: а) объем газа увеличивается в $n = 2$ раза; б) давление уменьшается в $n = 2$ раза.

3.25 Один киломоль кислорода совершает цикл Карно в диапазоне температур от $T_1 = 627^0C$ до $T_2 = 327^0C$. Отношение максимального давления к минимальному для этого цикла составляет $P_{max} / P_{min} = 60$. Вычислить: а) КПД этого цикла η; б) количество теплоты Q_1, полученное от нагревателя за цикл; в) количество тепла Q_2, отданное холодильнику за цикл; г) работу А, совершаемую газом за цикл.

3.26 У тепловой машины, работающей по циклу Карно, температуру нагревателя повысили на $n_1 = 10\%$, а температуру холодильника понизили на $n_2 = 20\%$ от их первоначальных значений. После этого КПД машины изменился на $n_3 = 15\%$ по сравнению с первоначальным значением. Найти начальный и конечный КПД машины.

3.27 У тепловой машины, работающей по циклу Карно, максимальное давление в рабочей камере в $n = 3$ раза больше минимального. Во сколько раз максимальный объем рабочей камеры больше минимального, если КПД машины $\eta = 30\%$? Рабочее тело идеальный газ.

3.28 Тепловая машина работает по циклу Карно. После того, как в рабочей камере машины удалось повысить максимальное давление на $n_1 = 20\%$ и понизить минимальное давление на $n_2 = 10\%$ от их первоначальных значений, КПД машины увеличился на $n_3 = 15\%$. При этом максимальный и минимальный объемы камеры не изменились, и их отношение $V_{max}/V_{min} = 3$. Найти отношение первоначальных максимального и минимального давлений в цикле. Рабочее тело - идеальный газ.

3.29 В результате кругового процесса газ совершил работу A = 1 Дж и передал холодильнику тепло $Q_2 = 4{,}2$ Дж. Определить КПД цикла.

3.30 Идеальный трехатомный газ совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар, причем максимальное давление газа в n = 2 раза больше минимального, а максимальный объем в k = 4 раза больше минимального. Найти КПД цикла.

3.31 Цикл, совершаемый одним киломолем идеального двухатомного газа, состоит из двух изохор и двух изобар. Известно, что в пределах цикла максимальные значения давления и объема газа в n = 2 раза больше минимальных, равных $P_{min} = 10^5$ Па и $V_{min} = 0{,}5$ м^3. Найти работу A, совершаемую газом за цикл, и КПД цикла.

3.32 Определить КПД цикла 1–2–3–4–1 (рис.3.10), состоящего из двух изобар и двух изохор, и сравнить его с КПД цикла Карно, проведенного между максимальной и минимальной температурами первого цикла. Известно, что при изобарном расширении объем увеличивается вдвое. Температура в конце изобарного расширения 1–2 $t_2 = 800°C$, а в конце изохорного процесса 2–3 $t_3 = 700°C$. Рабочее тело – воздух.

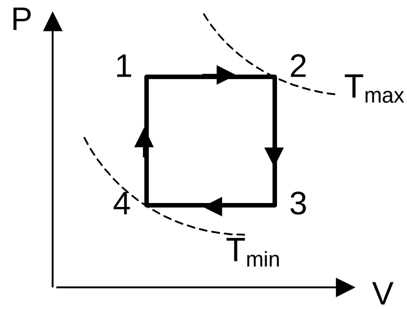


Рис. 3.10

3.33 Один моль идеального двухатомного газа, занимающий объем $V_1 = 12{,}3$ л под давлением $P_1 = 2\cdot10^5$ Па, нагревается при постоянном объеме до давления $P_2 = 3\cdot10^5$ Па. Далее газ расширяется при постоянном давлении до объема $V_3 = 24{,}6$ л, после чего охлаждается при постоянном объеме до начального давления и, наконец, сжимается при постоянном давлении до начального объема. Определить: 1) температуры газа для характерных точек цикла; 2) КПД цикла.

3.34 Одноатомный идеальный газ совершает цикл, изображенный на рис. 3.11. Найти КПД цикла, если в процессе 2–3 давление газа уменьшается в два раза.

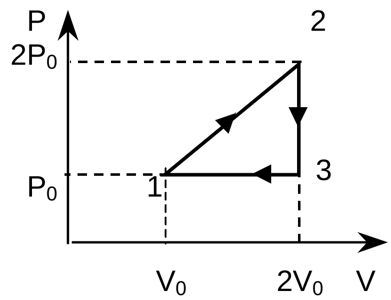


Рис. 3.11

3.35 Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает цикл, показанный на рис.3.11. Выразить КПД цикла через показатель адиабаты, если в процессе 2 – 3 давление газа уменьшается в два раза.

3.36 Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает цикл, изображенный

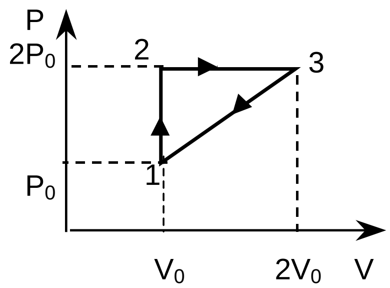


Рис. 3.12

на рис.3.12. Найти КПД этого цикла, если в процессе 2–3 объем газа увеличивается в n = 2 раза.

3.37 $\nu = 1$ моль идеального двухатомного газа, находящийся при давлении $P_1 = 0{,}1$ МПа и температуре $T_1 = 300$ K, нагревают изохорически до давления $P_2 = 0{,}2$ МПа. После этого газ изотермически расширился до начального давления и, затем, был изобарно сжат до начального объема. Построить график цикла и найти его КПД.

3.38 Тепловая машина совершает цикл, состоящий из адиабаты 1–2, изобары 2–3 и изохоры 3–1 (рис.3.13). Рабочее тело – идеальный газ с показателем адиабаты γ. Выразить КПД цикла через максимальную T_1 и минимальную T_3 температуры цикла.

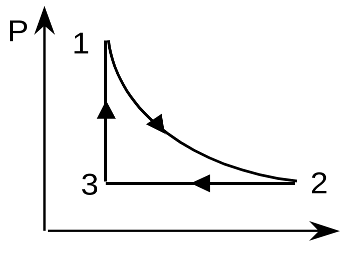


Рис. 3.13

3.39 Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает прямой цикл, состоящий из адиабаты, изобары и изохоры. Построить график процесса. Найти КПД цикла, если в адиабатическом процессе объем идеального газа увеличился в n раз.

3.40 Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает прямой цикл, состоящий из адиабаты, изобары и изохоры. Построить график процесса и найти КПД цикла, если в адиабатическом процессе объем газа уменьшился в n раз.

3.41 Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает цикл, состоящий из изобары, адиабаты и изотермы, причем изотермический процесс происходит при минимальной температуре цикла. Построить график процесса и найти КПД цикла, если абсолютная температура в пределах цикла изменяется в n раз.

3.42 Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает цикл, состоящий из изобары, адиабаты и изотермы, причем изотермический процесс происходит при максимальной температуре цикла. Построить график процесса и найти КПД цикла, если абсолютная температура в пределах цикла изменяется в n раз.

3.43 Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает цикл, состоящий из изохоры, адиабаты и изотермы, причем изотермический процесс происходит при минимальной температуре цикла. Построить график процесса и найти КПД цикла, если абсолютная температура в пределах цикла изменяется в n раз.

3.44 Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает цикл, состоящий из изохоры, адиабаты и изотермы, причем изотермический процесс происходит при максимальной температуре цикла. Построить график процесса и найти КПД цикла, если абсолютная температура в пределах цикла изменяется в n раз.

3.45 Одноатомный идеальный газ в количестве $\nu = 0{,}1$ кмоль, имевший при давлении $P_1 = 10^5$ Па объем $V_1 = 5$ м^3, сжимался изобарически до объема $V_2 = 1$ м^3, затем сжимался адиабатически, и наконец, расширялся при постоянной температуре до начального давления и объема. Построить график процесса. Найти: 1) температуру, давление и объем для характерных точек цикла; 2) теплоту Q_1, полученную от нагревателя; 3) теплоту Q_2, отданную холодильнику; 4) работу A, совершенную газом за цикл; 5) КПД цикла.

3.46 Обратимый цикл 1–2–3–1 для тепловой машины с одним молем идеального газа в качестве рабочего тела состоит из изобары, изохоры и изотермы, причем изотермический процесс 3–1 происходит при максимальной температуре цикла T_1 (рис.3.14). Считая молярные теплоемкости газа известными, определить количество тепла, полученное или отданное газом в каждом процессе. Найти КПД цикла как функцию максимальной T_1 и минимальной T_2 температур цикла.

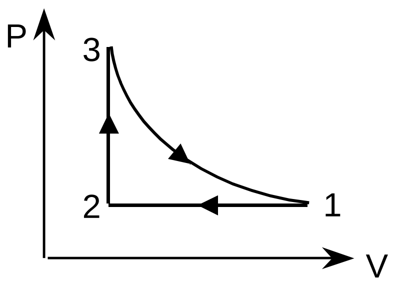


Рис. 3.14

3.47 На рис.3.15 представлен цикл, выполняемый с $\nu = 1$ молем идеального газа в некоторой тепловой машине. Процесс 3–1 изотермический. Считая молярные теплоемкости газа известными, найти в каждом процессе количество тепла, получаемое или отдаваемое газом, и работу, совершаемую газом. Выразить КПД цикла через максимальную T_2 и минимальную T_1 температуры цикла.

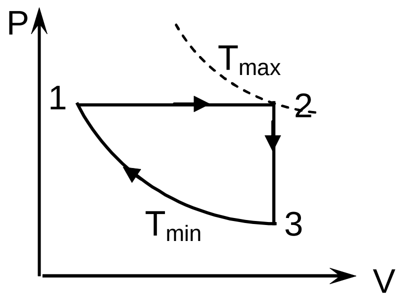


Рис. 3.15

3.48 Обратимый цикл для тепловой машины с одним молем идеального газа в качестве рабочего тела состоит из изохоры, адиабаты и изотермы (рис.3.16). Показатель адиабаты газа γ. Определить количество тепла, полученное или отданное газом в каждом из процессов цикла. Выразить КПД цикла через максимальную T_2 и минимальную T_1 температуры цикла.

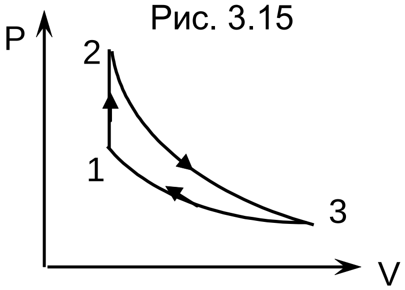


Рис. 3.16

3.49 Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает обратимый циклический процесс, состоящий из изобары 1–2, адиабаты 2–3 и изотермы 3–1 (рис.3.17). Определить количество тепла, полученное или отданное газом в каждом процессе. Выразить КПД цикла через максимальную T_1 и минимальную T_2 температуры цикла.

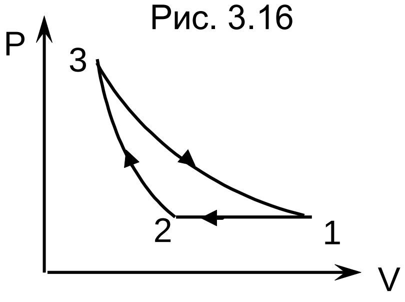


Рис. 3.17

3.50 Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает цикл, состоящий из двух изохор и двух изобар. Найти КПД цикла, если температура газа возрастает в n раз, как при изохорном нагреве, так и при изобарном расширении.

3.51 Найти КПД цикла Клапейрона, состоящего из двух изотерм 1–2 и 3–4 и двух изохор 2–3 и 4–1 с идеальным газом в качестве рабочего тела (рис.3.18). Известны: молярные теплоемкости газа, температуры T_1 и T_2, начальный объем V_1, изотермическое расширение доходит до объема V_2.

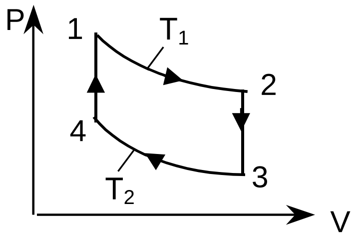


Рис. 3.18

3.52 Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает циклический процесс, состоящий из двух изотерм и двух изобар. Изотермические процессы протекают при температурах T_1 и T_2 ($T_1 > T_2$), а изобарные при давлениях P_1 и P_2 (P_2 в е раз больше, чем P_1). Построить график процесса и найти КПД цикла.

3.53 Идеальный газ с показателем адиабаты γ совершает цикл, состоящий из чередующихся изотерм и адиабат: изотермы 1–2, 3–4 и 5–6, остальные адиабаты (рис.3.19). Температуры, при которых происходят изотермические процессы, T_1, T_2 и T_3. Найти КПД цикла, если объем в каждом изотермическом сжатии уменьшается в n раз.

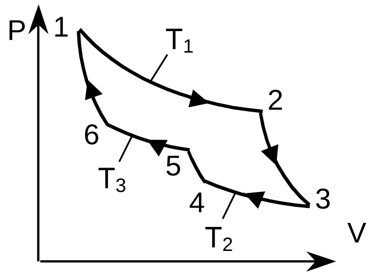


Рис. 3.19

3.54 Кусок меди массой $m_1 = 300$ г при температуре $t_1 = 97°C$ поместили в калориметр, где находится вода массой $m_2 = 100$ г при температуре $t_2 = 7°C$. Найти приращение энтропии системы к моменту выравнивания температур. Теплоемкость калориметра пренебрежимо мала. Удельные теплоемкости: меди $c_1^{уд} =$ 385 Дж/(кг·К), воды $c_2^{уд} = 4200$ Дж/(кг·К).

3.55 Смешано $m_1 = 5$ кг воды при температуре $t_1 = 10°C$ с $m_2 = 8$ кг воды при температуре $t_2 = 80°C$. Найти: 1) температуру смеси θ; 2) изменение ΔS энтропии системы, происходящее при смешивании. Удельная теплоемкость воды $c^{уд} = 4200$ Дж/(кг·К).

3.56 Лед массой $m_1 = 2$ кг при температуре $t_1 = 0°C$ был превращен в воду той же температуры при помощи пара, имеющего температуру $t_2 = 100°C$. Определить массу m_2 израсходованного пара и изменение энтропии ΔS системы лед–пар при таянии льда. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}3 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $c^{уд} = 4200$ Дж/(кг·К).

3.57 Найти изменение энтропии при нагревании m = 100 г воды от t_1 = 0°C до t_2 = 100°C с последующим превращением воды в пар той же температуры. Удельная теплота парообразования воды $r = 2{,}26\cdot10^6$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $c^{уд}$ = 4200 Дж/(кг·К).

3.58 Кусок льда массой m = 200 г, взятый при температуре t_1 = –10°C, был нагрет до температуры t_2 = 0°C и расплавлен, после чего образовавшаяся вода была нагрета до температуры t_3 = 10°C. Определить изменение энтропии льда. Удельная теплота плавления льда $\lambda = 3{,}3\cdot10^5$ Дж/кг, удельные теплоемкости: льда $c_1^{уд}$ = 2100 Дж/(кг·К), воды $c_2^{уд}$ = 4200 Дж/(кг·К).

3.59 Найти приращение энтропии алюминиевого бруска массой m = 3 кг при его нагревании от T_1 = 300 К до T_2 = 600 К, если в этом интервале температур удельная теплоемкость алюминия изменяется по закону $c^{уд} = a + bT$, где a = 0,77 Дж/(г·К), b = 0,46 мДж/(г·К).

3.60 В результате изохорического нагревания водорода массой m = 1 г давление газа P увеличилось в n = 2 раза. Определить изменение энтропии газа. Молярная масса водорода $\mu = 2\cdot10^{-3}$ кг/моль.

3.61 Кислород массой m = 2 кг увеличил свой объем в n = 5 раз: один раз – изотермически, другой раз – адиабатически. Каково будет изменение энтропии в обоих случаях? Молярная масса кислорода $\mu = 32\cdot10^{-3}$ кг/моль.

3.62 Водород массой m = 100 г был изобарически нагрет так, что его объем увеличился в n раз, затем водород был изохорически охлажден так, что его давление уменьшилось в n раз. Найти изменение энтропии для n = 3. Молярная масса водорода $\mu = 2\cdot10^{-3}$ кг/моль.

3.63 Объем V_1 = 1 м^3 воздуха, находившегося при температуре t_1 = 0^{0}C и давлении P_1 = 98 кПа, изотермически расширяется от объема V_1 до объема $V_2 = 2V_1$. Найти изменение энтропии ΔS в этом процессе.

3.64 Изменение энтропии на участке между двумя адиабатами в цикле Карно ΔS = 4,19 кДж/К. Разность температур между двумя изотермами ΔT = 100 К. Какое количество теплоты Q превращается в работу в этом цикле?

3.65 Найти изменение энтропии ΔS при изотермическом расширении массы m = 6 г водорода от давления P_1 = 100 кПа до давления P_2 = 50 кПа. Молярная масса водорода $\mu = 2\cdot10^{-3}$ кг/моль.

3.66 Во сколько раз следует изотермически увеличить объем идеального газа в количестве ν = 4 моля, чтобы его энтропия увеличилась на ΔS = 23 Дж/К?

3.67 Гелий массой m = 1,7 г адиабатически расширился в n = 3 раза, а затем был изобарически сжат до первоначального объема. Найти приращение энтропии газа в этом процессе. Молярная масса гелия $\mu = 4\cdot10^{-3}$ кг/моль.

3.68 Найти изменение ΔS энтропии азота массой $m = 4$ г при изобарическом расширении от объема $V_1 = 5$ л до объема $V_2 = 9$ л. Молярная масса азота $\mu = 28\cdot10^{-3}$ кг/моль.

3.69 Два моля идеального газа сначала изохорически охладили, а затем изобарически расширили так, что конечная температура стала равна первоначальной. Найти приращение энтропии газа, если его давление в этом процессе изменилось в $n = 3{,}3$ раза.

3.70 Найти изменение энтропии ΔS при переходе водорода массой $m = 6$ г от объема $V_1 = 20$ л под давлением $P_1 = 150$ кПа к объему $V_2 = 60$ л под давлением $P_2 = 100$ кПа. Молярная масса водорода $\mu = 2\cdot10^{-3}$ кг/моль.

3.71 В закрытом сосуде объемом $V = 2{,}5$ л находится водород при температуре $t_1 = 17°C$ и давлении $P_1 = 1{,}33\cdot10^4$ Па. Водород охлаждают до температуры $t_2 = 0°C$. Вычислить приращение энтропии ΔS.

3.72 Теплоизолированный сосуд разделен перегородкой на две части так, что объем одной из них в $n = 2$ раза больше объема другой. В меньшей части находится $\nu_1 = 0{,}3$ моля азота, а в большей части $\nu_2 = 0{,}7$ моля кислорода. Температура газов одинакова. В перегородке открыли отверстие и газы перемешались. Найти приращение энтропии системы, считая газы идеальными.

3.73 Найти приращение энтропии $\nu = 2$ молей идеального газа с показателем адиабаты $\gamma = 1{,}3$, если в результате некоторого процесса объем газа увеличился в $n = 2$ раза, а давление уменьшилось в $m = 3$ раза.

3.74 В сосудах 1 и 2 находится по $\nu = 1{,}2$ моля газообразного гелия. Отношение объемов сосудов $V_2/V_1 = \alpha = 2$, а отношение абсолютных температур гелия в сосудах $T_1/T_2 = \beta = 1{,}5$. Найти разность энтропий $(S_2 - S_1)$ гелия в этих сосудах.

3.75 Процесс расширения $\nu = 2$ молей аргона происходит так, что давление газа увеличивается прямо пропорционально его объему. Найти приращение энтропии газа при увеличении его объема в $n = 2$ раза.

3.76 При очень низких температурах теплоемкость кристаллов подчиняется закону $C = \alpha\cdot T^3$, где α - постоянная. Найти энтропию кристалла как функцию температуры в этой области.

3.77 В одном сосуде, объем которого $V_1 = 1{,}6$ л, находится $m_1 = 14$ г окиси углерода (CO). В другом сосуде, объем которого $V_2 = 3{,}4$ л, находится $m_2 = 16$ г кислорода. Температуры газов одинаковы. Сосуды соединяют, и газы перемешиваются. Найти приращение энтропии ΔS в этом процессе. Молярные массы: окиси углерода $\mu_1 = 28\cdot10^{-3}$ кг/моль, кислорода $\mu_2 = 32\cdot10^{-3}$ кг/моль.

3.78 Один моль идеального газа совершает процесс, при котором его энтропия S зависит от температуры как $S = \alpha/T$, где

α - постоянная. Температура газа изменилась от T_1 до T_2. Найти количество тепла, сообщенное газу.

3.79 Один моль идеального газа с известным значением теплоемкости $C_V^{мол}$ совершает процесс, при котором его энтропия S зависит от температуры как $S = \alpha/T$, где α - постоянная. Температура газа изменилась от T_1 до T_2. Найти работу, которую совершил газ.

3.80 Один моль идеального газа совершает процесс, при котором его энтропия S зависит от температуры как $S = \alpha/T$, где α - постоянная. Температура газа изменилась от T_1 до T_2. Найти молярную теплоемкость газа как функцию температуры.

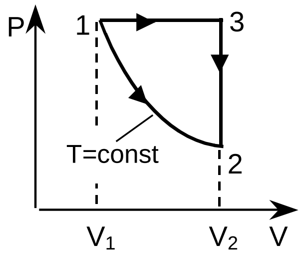


Рис. 3.20

3.81 На рис.3.20 показаны два процесса 1–2 и 1–3–2, переводящих идеальный газ из состояния 1 в состояние 2. Показать расчетом, что приращение энтропии в этих процессах одинаково.

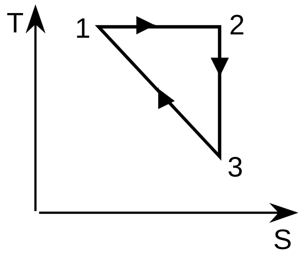


Рис. 3.21

3.82 Идеальный газ совершает цикл 1–2–3–1, в пределах которого абсолютная температура изменяется в n раз. Цикл имеет вид, показанный на рис.3.21, где T – температура, а S – энтропия. Найти КПД этого цикла.

3.83 Идеальный газ совершает циклические процессы, показанные на рис.3.22 а,б. Выразить КПД циклов через максимальную T_1 и минимальную T_2 температуры цикла.

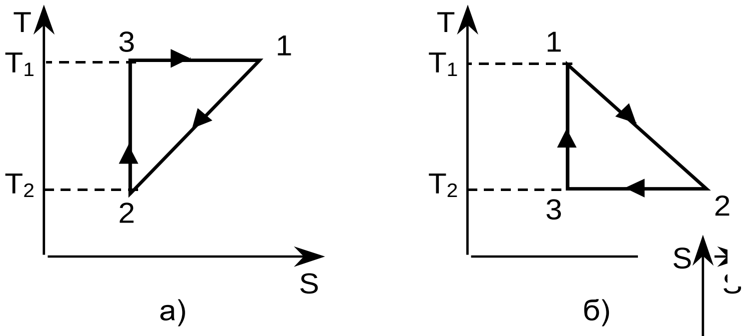


Рис. 3.22

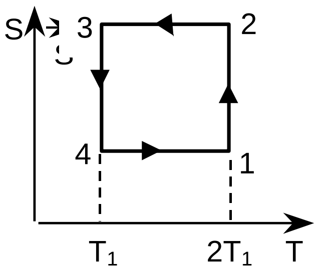


Рис. 3.23

3.84 Найти КПД цикла, изображенного на рис. 3.23 в координатах S–T (T – температура, S – энтропия). Рабочее тело – идеальный газ.

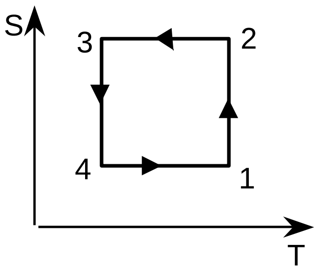


Рис. 3.24

3.85 КПД цикла, изображенного на рис.3.24 в координатах S–T (S – энтропия, T – температура), η = 50%. Найти отношение температур нагревателя и холодильника для данного цикла. Изобразить цикл в координатах P–V (P – давление, V – объем). Рабочее тело – идеальный газ.

4. ЭЛЕМЕНТЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ. РАСПРЕДЕЛЕНИЯ МАКСВЕЛЛА И БОЛЬЦМАНА

Основные понятия и законы

Статистическая физика изучает системы, состоящие из большого числа частиц. Основная задача статистической физики – установить связь между макроскопическими параметрами системы в целом и микроскопическими параметрами отдельных частиц, причем рассматриваются не конкретные движения и взаимодействия частиц, а только наиболее вероятное их поведение.

В состоянии равновесия все значения координат, скоростей, импульсов и других параметров молекул идеального газа в тепловом движении равновероятны (иначе тепловое движение не было бы вполне хаотичным), а в результате столкновений частиц параметры изменяются случайным образом и, следовательно, являются случайными величинами.

Вероятностью появления случайной величины называется предел

$$w = \lim_{N\to\infty}\frac{N'}{N};$$

где N – общее число опытов (число частиц), N′ – число опытов (частиц) в которых появляется эта случайная величина (т.е. исследуемый параметр имеет нужное нам значение).

Для описания непрерывных случайных величин используется *функция распределения вероятности* **f(A)** (плотности вероятности), выражающая относительное число $\Delta N/N$ (долю) частиц, имеющих значение некоторого параметра (A) в интервале от A до A + dA. Другими словами, функция f(A) выражает вероятность того, что значение параметра будет заключено в интервале от A до A + dA

$$dw = \frac{dN}{N} = f(A)dA. \tag{4.1}$$

Из выражения (4.1) следует, что число частиц, для которых значение параметра A лежит в интервале от A_1 до A_2, запишется

$$\Delta N = \int_{A_1}^{A_2} N\cdot f(A)\cdot dA. \tag{4.2}$$

Поскольку вероятность w получения какого–либо значения исследуемого параметра A равна единице, то для функции распределения можно записать *условие нормировки*

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(A)dA = 1. \tag{4.3}$$

Любая *средняя величина* $\langle\varphi(A)\rangle; \langle A\rangle; \langle A^2\rangle; \langle 1/A\rangle$ и т.д. в интервале от значения A_1 до значения A_2 может быть определена по формуле

$$\langle\varphi(A)\rangle = \frac{\int\limits_{A_1}^{A_2}\varphi(A)\cdot f(A)\cdot dA}{\int\limits_{A_1}^{A_2} f(A)\cdot dA}. \tag{4.4}$$

При интегрировании во всем возможном диапазоне значений параметра А, учитывая условия нормировки (4.3), получаем

$$\langle\varphi(A)\rangle = \int\limits_{-\infty}^{\infty}\varphi(A)\cdot f(A)\cdot dA. \tag{4.5}$$

Распределение Максвелла

Закон распределения по скоростям теплового движения молекул газа, находящегося в состоянии термодинамического равновесия, был выведен Д. К. Максвеллом (1859) и носит название распределения Максвелла.

Согласно (4.1) элементарная вероятность того, что составляющая скорости молекул по оси ОХ лежит в малом интервале от v_x до $v_x + dv_x$

$$dw(v_X) = f(v_X)\cdot dv_X, \tag{4.6}$$

где $f(v_X)$ – *функция распределения Максвелла для одной компоненты скорости*

$$f(v_X) = \left(\frac{m_0}{2\pi\cdot kT}\right)^{1/2}\cdot e^{-\frac{m_0\cdot v_X^2}{2kT}}, \tag{4.7}$$

m_0 – масса молекулы, $k = 1{,}38\cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана, Т – температура.

Поскольку, элементарная вероятность равна относительному числу частиц $dN(v_X)/N$, имеющих скорости в интервале dv_x, то можно записать

$$\frac{dN(v_X)}{N} = dw(v_X) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{1/2}\cdot e^{-\frac{m_0\cdot v_X^2}{2kT}}\cdot dv_X. \tag{4.8}$$

Аналогично записываются формулы для относительного числа частиц, имеющих скорости в интервалах dv_Y и dv_Z.

Перейдем от распределения молекул по компонентам скорости к распределению по модулю скорости $v = \sqrt{v_X^2 + v_Y^2 + v_Z^2}$. Согласно (4.1) элементарная вероятность того, что модуль скорости лежит в малом интервале значений от v до v + dv

$$dw(v) = f(v)\cdot dv. \tag{4.9}$$

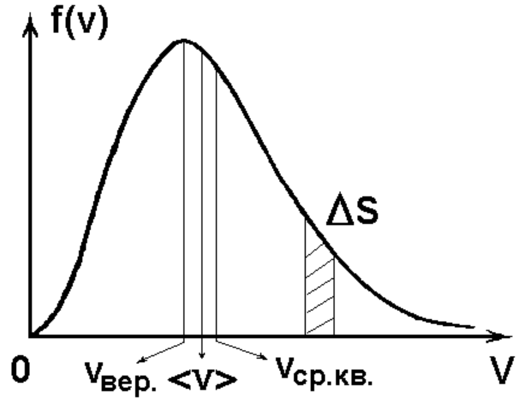
Тогда относительное число частиц $dN(v)/N$, имеющих скорости в интервале dv, запишется

$$\frac{dN(v)}{N} = dw(v) = 4\pi \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{m_0 \cdot V^2}{2kT}} v^2 dv\,, \qquad (4.10)$$

где f(v) – *функция распределения молекул по модулю скорости* (распределение Максвелла)

$$f(v) = 4\pi \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{m_0 \cdot V^2}{2kT}} v^2. \qquad (4.11)$$

Вид функции распределения f(v) показан на рис. 4.1.



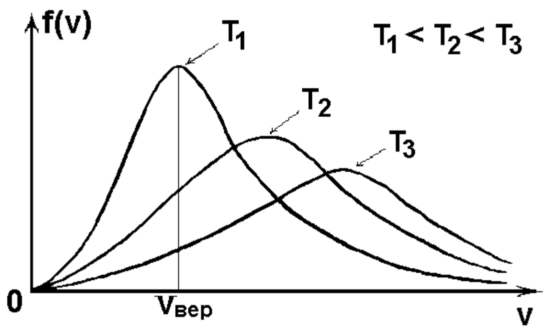
Основные свойства функции распределения :

а) Функция f(v) непрерывна, модуль скорости частиц может принимать значения в диапазоне от 0 до ∞;

б) Площадь ΔS, ограниченная графиком функции f(v) и осью абсцисс (ось скорости v), определяет относительное число частиц, имеющих скорости в интервале от v до v + Δv и представляет собой вероятность того, что модуль скорости молекулы заключен между v и v + Δv , т.е.

$$w = \Delta S = \frac{\Delta N}{N} = \int_{V}^{V+\Delta V} f(v)dv\,. \qquad (4.12)$$

в) При увеличении температуры газа общая площадь под кривой f(v) не изменяется (рис.4.2), но увеличивается число частиц, двигающихся с большими скоростями, и, соответственно, уменьшается число частиц с малыми скоростями, т.е. происходит перераспределение числа частиц по скоростям.



Кроме функции распределения частиц по скоростям используются функции распределения частиц по энергиям и импульсам. Получим *распределение молекул по энергиям*, выражая скорость через кинетическую энергию молекулы:

$$E = \frac{m_0 v^2}{2} \;\Rightarrow\; v = \sqrt{\frac{2E}{m_0}}\,, \qquad dE = m_0 v \cdot dv \;\Rightarrow\; dv = \frac{dE}{\sqrt{2m_0 E}}\,.$$

Подставляя выражения, полученные для v и dv, в формулу (4.10), получим

$$\frac{dN}{N}=4\pi\cdot\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2}\cdot e^{-\frac{E}{kT}}\cdot\frac{2E}{m_0}\cdot\frac{dE}{\sqrt{2m_0E}}=\frac{2}{\sqrt{\pi\cdot(kT)^3}}\cdot\sqrt{E}\cdot e^{-\frac{E}{kT}}\cdot dE\,. \qquad (4.13)$$

Откуда, функция распределения молекул по энергиям

$$f(E)=\frac{2\sqrt{E}}{\sqrt{\pi\cdot(kT)^3}}\cdot e^{-\frac{E}{kT}}. \qquad (4.14)$$

Аналогично можно получить *распределение молекул по модулю импульса*. Для этого нужно выразить скорость через импульс

$$p=m_0v \quad\Rightarrow\quad v=\frac{p}{m_0}\ ;\ dv=\frac{dp}{m_0}\,.$$

С учетом полученных выражений, (4.10) примет вид:

$$\frac{dN}{N}=4\pi\cdot\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2}\frac{p^2}{m_0^2}e^{-\frac{p^2}{2m_0kT}}\cdot\frac{dp}{m_0}=4\pi\frac{1}{\sqrt{(2\pi m_0kT)^3}}p^2e^{-\frac{p^2}{2m_0kT}}dp\,, \qquad (4.15)$$

откуда функция распределения молекул по импульсам

$$f(p)=4\pi\frac{p^2}{\sqrt{(2\pi m_0kT)^3}}\cdot e^{-\frac{p^2}{2m_0\cdot kT}}\,. \qquad (4.16)$$

Расчет характерных величин в распределении Максвелла

1) Для нахождения наиболее вероятных значений скорости $v_в$, энергии $E_в$ и импульса $p_в$ необходимо исследовать на экстремум соответствующую функцию распределения f(v), f(E), f(p), т.е. решить уравнение

$$\frac{\partial f(v)}{\partial v}=0\ ,\ \frac{\partial f(E)}{\partial E}=0\ ,\ \frac{\partial f(p)}{\partial p}=0 \qquad (4.17)$$

и определить наиболее вероятное значение искомой величины.

Найдем наиболее вероятную скорость молекул через функцию распределения молекул по модулю скорости (4.10)

$$\frac{\partial f(v)}{\partial v}=4\pi\cdot\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2}\left[2ve^{-\frac{m_0V^2}{2kT}}+v^2e^{-\frac{m_0V^2}{2kT}}\left(-\frac{2m_0v}{2kT}\right)\right]=0\,,$$

откуда $1-\frac{m_0v^2}{2kT}=0$, и следовательно, *наиболее вероятная скорость* движения молекул

$$v_B=\sqrt{\frac{2kT}{m_0}}=\sqrt{\frac{2RT}{\mu}}\,, \qquad (4.18)$$

где R = 8,31 Дж/(моль·К) − универсальная газовая постоянная.

2) Средние значения величин $\langle v\rangle, \langle p\rangle, \langle E\rangle$ находятся согласно выражениям (4.4) и (4.5). Рассчитаем *среднюю арифметическую скорость* $\langle v\rangle$ молекул с помощью функции распределения Максвелла по модулю скорости (4.10). Пределы изменения модуля скорости молекулы от 0 до ∞.

$$< v > = \int_0^\infty v \cdot f(v)dv = 4\pi \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \int_0^\infty v^3 \cdot e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}} dv .$$

Данный интеграл является табличным (см. Приложения), с помощью Таблицы 1, находим при $\alpha = m_0/kT$

$$< v > = 4\pi \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} 2 \cdot \left(\frac{kT}{m_0}\right)^2 = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} . \qquad (4.19)$$

3) Средняя квадратичная скорость молекул $v_{ср.кв}$ – величина, равная квадратному корню из среднего значения квадрата модуля скорости молекул. Находим на основании (4.5) и (4.10)

$$< v^2 > = \int_0^\infty v^2 \cdot f(v)dv = \int_0^\infty v^2 \cdot 4\pi \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-\frac{m_0 \cdot v^2}{2kT}} v^2 dv$$

С помощью табличного интеграла при $\alpha = m_0/kT$:

$$< v^2 > = 4\pi \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \int_0^\infty v^4 e^{-\frac{m_0 \cdot v^2}{2kT}} dv = 4\pi \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \frac{3}{8} \cdot \left(\frac{2kT}{m_0}\right)^{5/2} \sqrt{\pi} = \frac{3kT}{m_0} .$$

Откуда получаем формулу для *средней квадратичной скорости* молекул

$$v_{ср.кв} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} . \qquad (4.20)$$

Из формулы (4.20) можно получить величину *средней кинетической энергии* молекулы

$$< E > = \frac{m_0 < v^2 >}{2} = \frac{3}{2} kT . \qquad (4.21)$$

Расчет числа молекул в заданном интервале скоростей и энергий

Если интервал изменения параметров: скорости $\Delta v = v_2 - v_1$ (компоненты скорости $\Delta v_x = v_{2x} - v_{1x}$) или энергии $\Delta E = E_2 - E_1$ **мал** по сравнению со средним значением этого параметра, то приближенный расчет числа молекул ΔN можно проводить непосредственно по распределениям (4.10), (4.8), (4.13) или (4.15)

$$\Delta N(v) = 4\pi N \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{m_0\langle v\rangle^2}{2kT}} \langle v\rangle^2 \Delta v,$$

$$\Delta N(v_x) = N \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{1/2} \cdot e^{-\frac{m_0\langle v_X\rangle^2}{2kT}} \cdot \Delta v_x, \qquad (4.22)$$

$$\Delta N(E) = N \cdot \frac{2\sqrt{\langle E\rangle}}{\sqrt{\pi \cdot (kT)^3}} \cdot \cdot e^{-\frac{\langle E\rangle}{kT}} \cdot \Delta E,$$

где $\langle v\rangle, \langle v_X\rangle, \langle E\rangle$ – средние значения параметров

$$\langle v\rangle = \frac{v_1 + v_2}{2}, \quad \langle v_x\rangle = \frac{v_{1x} + v_{2x}}{2}, \quad \langle E\rangle = \frac{E_1 + E_2}{2}.$$

Если интервал изменения параметров (Δv, ΔE) **не является малым,** то расчет числа молекул в этом диапазоне производится по формуле (4.2)

$$\Delta N(v) = \int_{v_1}^{v_2} N \cdot f(v) \cdot dv \qquad (4.23)$$

или

$$\Delta N(E) = \int_{E_1}^{E_2} N \cdot f(E) \cdot dE, \qquad (4.24)$$

где f(v) и f(E) определяются по формулам (4.11) и (4.14).

Расчет $\Delta N(v)$

Для нахождения числа частиц $\Delta N(v)$ удобно в формуле (4.23) перейти к безразмерной переменной $u = v/v_в$ (безразмерная скорость), где $v_в = \sqrt{2kT/m_0}$ - наиболее вероятная скорость движения молекул (4.18). В новых переменных

$$\Delta N = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_{u_1}^{u_2} u^2 \cdot e^{-u^2} du, \qquad (4.25)$$

где новые пределы интегрирования $u_1 = v_1/v_B$, $u_2 = v_2/v_B$. Способы вычисления определенного интеграла (4.25) зависят от диапазона значений величины $u = v/v_B$.

1) Если величина безразмерной скорости $u = v/v_B << 1$, то можно воспользоваться разложением в ряд функции

$$e^{-u^2} \approx 1 - u^2 + \frac{u^2}{2} - \ldots$$

и ограничиться первым членом разложения, т.е. $e^{-u^2} \approx 1$. В этом случае интеграл примет вид

$$\Delta N(v) = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_{u_1}^{u_2} u^2 \cdot e^{-u^2} du = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_{u_1}^{u_2} u^2 du = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \cdot \left.\frac{u^3}{3}\right|_{u_1}^{u_2}.$$

Окончательно имеем

$$\Delta N(v) = \frac{4N}{3\sqrt{\pi}}(u_2^3 - u_1^3)\,. \qquad (4.26)$$

2) <u>Если значение безразмерной скорости $u \geq 1$</u>, то интеграл (4.25) сводят к интегралу вероятности (интегралу ошибок)

$$\Phi(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^X e^{-x^2}dx\,, \qquad (4.27)$$

значения которого приведены в Таблице 2 (см. Приложения). Кроме того $\Phi(0) = 0$, а $\lim\limits_{x\to\infty}\Phi(x) = 1$.

Проинтегрируем выражение (4.25) по частям

$$\Delta N(v) = \frac{2N}{\sqrt{\pi}}\cdot\left(-u\cdot e^{-u^2}\Big|_{u_1}^{u_2} + \int_{u_1}^{u_2} e^{-u^2}du\right).$$

Здесь второе слагаемое представляет интеграл вероятности (4.27). Тогда формула для расчета числа частиц принимает вид

$$\Delta N(v) = N\cdot\left[\frac{2}{\sqrt{\pi}}(u_1\cdot e^{-u_1^2} - u_2\cdot e^{-u_2^2}) + \Phi(u_2) - \Phi(u_1)\right] \qquad (4.28)$$

Наиболее часто встречаются следующие случаи :

а) если $u_1 = 0$, $u_2 = u_{max} = const$ – любое конечное число, то

$$\Delta N(v) = N\cdot\left[\Phi(u_2) - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\cdot u_2\cdot e^{-u_2^2}\right], \qquad (4.29)$$

б) если $u_1 < 3$, $u_2 \to \propto$, то

$$\Delta N(v) = N\cdot\left[1 - \Phi(u_1) + \frac{2}{\sqrt{\pi}}\cdot u_1\cdot e^{-u_1^2}\right], \qquad (4.30)$$

в) если $u_1 \geq 3$, $u_2 \to \propto$, то поскольку $\Phi(3) = 0{,}999 \approx 1$, выражение (4.28) принимает вид

$$\Delta N(v) = \frac{2N}{\sqrt{\pi}}\cdot u_1\cdot e^{-u_1^2}\,. \qquad (4.31)$$

<u>**Расчет $\Delta N(E)$**</u>

Для расчета по формуле (4.24) числа частиц $\Delta N(E)$, обладающих энергией в любом конечном интервале от E_1 до E_2, удобно перейти к новой переменной (безразмерной энергии) $t = E/kT$. Тогда выражение для расчета числа частиц примет вид

$$\Delta N(E) = \frac{2N}{\sqrt{\pi}}\cdot\int_{t_1}^{t_2}\sqrt{t}\cdot e^{-t}dt\,, \qquad (4.32)$$

где $t_1 = E_1/kT$, $t_2 = E_2/kT$.

1) Если величина безразмерной энергии t = E/(kT) << 1, то можно воспользоваться разложением в ряд функции

$$e^{-t} \approx 1 - t^2 + \frac{t^2}{2} - \ldots$$

и ограничиться первым членом разложения, т.е. $e^{-t} \approx 1$. Тогда, проинтегрировав выражение (4.32), получаем

$$\Delta N(E) = \frac{4N}{3\sqrt{\pi}}\left(t_2^{3/2} - t_1^{3/2}\right). \qquad (4.33)$$

2) Если значение безразмерной энергии $t \geq 1$, то проинтегрировав (4.32) по частям, с учетом интеграла ошибок (4.27) получаем выражение для расчета числа частиц

$$\Delta N(E) = N \cdot \left[\frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(\sqrt{t_1} \cdot e^{-t_1} - \sqrt{t_2} \cdot e^{-t_2}\right) + \Phi(\sqrt{t_2}) - \Phi(\sqrt{t_1})\right]. \qquad (4.34)$$

Наиболее часто при решении задач встречаются следующие случаи:

а) если $t_1 = 0$, $t_2 = const$ – любое конечное число, то

$$\Delta N(E) = N \cdot \left[\Phi(\sqrt{t_2}) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{t_2} \cdot e^{-t_2}\right], \qquad (4.35)$$

б) если $\sqrt{t_1} < 3$ ($t_1 < 9$), $t_2 \to \propto$, то

$$\Delta N(E) = N \cdot \left[1 - \Phi(\sqrt{t_1}) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{t_1} \cdot e^{-t_1}\right], \qquad (4.36)$$

в) если $\sqrt{t_1} \geq 3$, то $\Phi(\sqrt{t_1}) = 0{,}999 \approx 1$, и тогда

$$\Delta N(E) = \frac{2N}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{t_1} \cdot e^{-t_1}. \qquad (4.37)$$

Необходимо отметить, что вычисление вероятности w того, что частицы имеют энергию (скорость, импульс) из указанного интервала, осуществляется теми же методами. Согласно (4.1)

$$w = \frac{\Delta N}{N}. \qquad (4.38)$$

Распределение Больцмана

Функция распределения Максвелла не учитывает наличия сил, действующих на молекулы газа, в этом случае полная энергия молекулы совпадает с кинетической энергией. Если же молекула находится в поле действия сил, то ее полная энергия является суммой кинетической и потенциальной энергий

$$E = \frac{1}{2} m_0 (v_X^2 + v_Y^2 + v_Z^2) + U(x, y, z),$$

где U(x, y, z) – потенциальная энергия молекулы.

Кинетическая и потенциальная энергия зависят от разных переменных. Следовательно, значения кинетической и потенциальной энергии (и, соответственно, вероятности появления этих значений), не связаны между собой.

Потенциальная энергия зависит от положения молекулы, т.е. от ее координат. Относительное число молекул, имеющих потенциальную энергию U(x, y, z) вблизи точки с координатами x, y, z в элементарном объеме $dV = dx \cdot dy \cdot dz$, определяется соотношением

$$\frac{dN}{N} = f(x, y, z) \cdot dV = f(x, y, z) \cdot dxdydz\,, \qquad (4.39)$$

где функцию распределения можно записать в виде

$$f(x, y, z) = B \cdot e^{-\frac{U(x,y,z)}{kT}} \qquad (4.40)$$

Выражение (4.39) представляет собой распределение молекул по координатам в потенциальном поле и называется *распределением Больцмана.*

Концентрация молекул в объеме dV

$$n = \frac{dN}{dV} \Rightarrow \frac{n}{N} = B \cdot e^{-\frac{U(x,y,z)}{kT}}.$$

Полагаем, что на нулевом уровне потенциальной энергии, концентрация молекул принимает значение $n = n_0$, и приводим распределение Больцмана (4.39) к виду

$$n = n_0 \cdot e^{-\frac{U(x,y,z)}{kT}}. \qquad (4.41)$$

Потенциальную энергию для конкретного силового поля можно получить интегрированием

$$U(r) = -\int(\vec{F} \cdot \vec{r})\,, \qquad (4.42)$$

где $\vec{r} = \vec{r}(x, y, z)$ – радиус-вектор, $\vec{F}$ – сила, действующая на молекулы.

Если молекулы газа находятся в поле силы тяжести, то потенциальная энергия молекулы $U = m_0 gz$, где z – вертикальная координата, отсчитываемая от поверхности Земли (высота подъема). Тогда, согласно (4.40)

$$n(z) = n(0) \cdot e^{-\frac{m_0 gz}{kT}}\,, \qquad (4.43)$$

где n(z) – концентрация молекул на некоторой высоте (h = z), n(0) – концентрация молекул вблизи поверхности Земли (при z = 0).

Учитывая, что давление газа связано с концентрацией формулой $P = nkT$, получим закон изменения давления с высотой

$$p(z) = p(0)\cdot e^{-\frac{m_0 gz}{kT}}, \qquad (4.44)$$

так называемую *барометрическую формулу*.

Примеры решения задач

Задача 4.1 С помощью распределения Максвелла найти среднее значение величины обратной скорости молекул идеального газа $\langle 1/v\rangle$ при температуре T, если масса каждой молекулы m_0. Сравнить полученную величину с величиной, обратной к средней скорости.

Решение

Для определения средней величины обратной скорости используем функцию распределения Максвелла по модулю скорости (4.10). Тогда согласно (4.5) имеем

$$\left\langle \frac{1}{v}\right\rangle = \int_0^\infty \frac{1}{v}\cdot f(v)dv = 4\pi\cdot\left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2}\cdot\int_0^\infty v\cdot e^{-\frac{m_0 v^2}{2kT}}\cdot dv\,.$$

Вводя обозначение $\alpha = \dfrac{m_0}{2kT}$, перепишем интеграл в виде

$$\left\langle \frac{1}{v}\right\rangle = 4\pi\cdot\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2}\int_0^\infty v\cdot e^{-\alpha v^2}dv\,.$$

Воспользовавшись интегралом из таблицы 1 (см. Приложение), получим:

$$\left\langle \frac{1}{v}\right\rangle = 4\pi\cdot\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^{3/2}\cdot\frac{1}{2\alpha} = 4\pi\cdot\frac{\alpha\sqrt{\alpha}}{\pi\sqrt{\pi}}\cdot\frac{1}{2\alpha} = \frac{2\sqrt{\alpha}}{\sqrt{\pi}} = 2\sqrt{\frac{m_0}{2\pi kT}}\,.$$

Средняя арифметическая скорость была найдена ранее (4.19), поэтому $1/\langle v\rangle = \sqrt{\dfrac{\pi m_0}{8kT}}$. Сравниваем полученные величины

$$\frac{\langle 1/v\rangle}{1/\langle v\rangle} = 2\sqrt{\frac{m_0}{2\pi kT}}\cdot\sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{16}{\pi^2}} = \frac{4}{\pi}\,.$$

Задача 4.2 Найти отношение числа молекул азота, находящихся при нормальных условиях, модули скорости которых лежат в интервале 1) от 99 м/с до 101 м/с : 2) от 499 м/с до 501 м/с. Молярная масса азота $\mu = 28\cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Решение

Так как интервал скоростей мал, то расчет проводим согласно (4.22). Из распределения Максвелла по модулю скорости имеем

$$\Delta N_1 = 4\pi \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{m_0\langle v_1\rangle^2}{2kT}} \langle v_1\rangle^2 \Delta v_1,$$

$$\Delta N_2 = 4\pi \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{m_0\langle v_2\rangle^2}{2kT}} \langle v_2\rangle^2 \Delta v_2,$$

где $\Delta v_1 = \Delta v_2 = 2$ м/с; $v_1 = \dfrac{99+101}{2} = 100$ м/с; $v_2 = \dfrac{499+501}{2} = 500$ м/с.

Учитывая, что $m_0 = \mu/N_A$, а $kN_A = R$, получаем отношение числа молекул

$$\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \frac{\langle v_1\rangle^2}{\langle v_2\rangle^2} \cdot \exp\left[\frac{\mu}{2RT}(\langle v_2\rangle^2 - \langle v_1\rangle^2)\right]$$

Вычисляем (T = 273 K):

$$\frac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \frac{(100)^2}{(500)^2} \cdot \exp\left[\frac{28\cdot 10^{-3}}{2\cdot 8{,}31\cdot 273}((500)^2 - (100)^2)\right] = 0{,}176,$$

то есть число молекул со скоростями $499 \le v_2 \le 501$ м/с больше, чем число молекул со скоростями $99 \le v_1 \le 101$ м/с.

Задача 4.3 Найти относительное число молекул $\Delta N/N$ идеального газа, скорости которых отличаются не более чем на $\delta = 1\%$ от значения средней квадратичной скорости. Какова вероятность w того, что скорость молекулы газа лежит в указанном интервале?

Решение

Рассматриваемый интервал скоростей $\Delta v = 2\delta v_{ср.кв.}$ мал, следовательно проводим расчет по функции распределения Максвелла с учетом (4.22)

$$\frac{\Delta N}{N} = 4\pi \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-\frac{m_0 v_{ср.кв}^2}{2kT}} \cdot v_{ср.кв.}^2 \cdot 2\delta v_{ср.кв.}$$

Используя выражение (4.20) для средней квадратичной скорости $v_{ср.k‰.} = \sqrt{3kT/m_0}$, имеем

$$\frac{\Delta N}{N} = 4\pi \cdot \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{3/2} \cdot e^{-3/2} \cdot \left(\frac{3kT}{m_0}\right)^{3/2} \cdot 2\delta = \frac{8\delta}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{3}{2}\right)^{3/2} \cdot e^{-3/2}$$

Окончательно

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{8\cdot 10^{-2}}{\sqrt{3{,}14}}\left(\frac{3}{2}\right)^{3/2} \cdot e^{-3/2} = 1{,}85\cdot 10^{-2}$$

Согласно (4.38)

$$w = \frac{\Delta N}{N} = 1{,}85 \cdot 10^{-2} = 1{,}85\%$$

Задача 4.4 Водород при нормальных условиях занимает объем $V = 1$ см^3. Определить число молекул ΔN, обладающих скоростями меньше некоторой $v_{max} = 1$ м/с. Молярная масса водорода $\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Решение

Для нахождения числа частиц в произвольном интервале скоростей нужно перейти к безразмерной скорости $u = v/v_B$ и рассчитать интеграл (4.25)

$$\Delta N = \frac{4N}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_{u_1}^{u_2} u^2 \cdot e^{-u^2} du .$$

Значение наиболее вероятной скорости для водорода при нормальных условиях (T = 273 K):

$$v_в = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 8{,}31 \cdot 273}{2 \cdot 10^{-3}}} \approx 1500 \, м/с ,$$

следовательно, величина безразмерной скорости $u = v/v_B$ будет изменяться в пределах от $u_1 = v_1/v_B = 0$ (так как $v_1 = 0$) до $u_2 = v_{max}/v_в = 1/1500 << 1$.

Так как безразмерная скорость мала, то для вычисления числа молекул в этом интервале можно воспользоваться формулой (4.26)

$$\Delta N(v) = \frac{4N}{3\sqrt{\pi}}(u_2^3 - u_1^3) = \frac{4Nu_2^3}{3\sqrt{\pi}}$$

Общее число молекул водорода в объеме V

$$N = n \cdot V = \frac{P}{kT} \cdot V ,$$

тогда окончательное выражение для расчета

$$\Delta N = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \cdot \frac{PVu_2^3}{kT} = \frac{4}{3\sqrt{\pi}} \frac{10^5 \cdot 10^{-6} \cdot (1/1500)^3}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 273} = 5{,}9 \cdot 10^9 .$$

Задача 4.5 Какая часть от общего числа молекул идеального газа имеет скорости а) меньше наиболее вероятной; б) больше наиболее вероятной?

Решение

Относительное число молекул, имеющих скорости в интервале $v_1 \le v \le v_2$, можно найти по формуле (4.25)

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \int_{u_1}^{u_2} u^2 \cdot e^{-u^2} du,$$

где $u = v/v_B$ и, соответственно, $u_1 = v_1/v_B$; $u_2 = v_2/v_B$.

а) Скорости молекул лежат в диапазоне $0 \le v \le v_B$, значит, пределы интегрирования $u_1 = 0$ и $u_2 = 1$. Тогда с помощью интеграла ошибок в соответствии с (4.29) находим

$$\frac{\Delta N}{N} = \Phi(u_2) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot u_2 \cdot e^{-u_2^2}.$$

Из Таблицы 2 (см. Приложения) возьмем значение $\Phi(u_2 = 1) = 0{,}8427$ и выполним расчет

$$\frac{\Delta N}{N} = 0{,}8427 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot 1 \cdot e^{-1} = 0{,}8427 - \frac{2}{\sqrt{\pi} \cdot e} \approx 0{,}43.$$

б) Во втором случае диапазон изменения скорости $v_B \le v \le \infty$ и, значит, пределы интегрирования в (4.25) $u_1 = 1$ и $u_2 = \infty$. В этом случае согласно формуле (4.30)

$$\frac{\Delta N}{N} = 1 - \Phi(u_1) + \frac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot u_1 \cdot e^{-u_1^2} = 1 - 0{,}8427 + \frac{2}{\sqrt{3{,}14}} \cdot \frac{1}{e} \approx 0{,}57.$$

<u>Задача 4.6</u> Найти относительное число молекул идеального газа, кинетическая энергия которых отличаются от наиболее вероятного значения энергии $E_в$ не более, чем на δ = 1%.

Решение

Рассматриваемый интервал энергий $\Delta E = 2\delta E_в$ мал, следовательно проводим расчет по функции распределения Максвелла (4.15)

$$f(E) = \frac{2\sqrt{E}}{\sqrt{\pi \cdot (kT)^3}} \cdot e^{-\frac{E}{kT}}.$$

Согласно (4.22), учитывая, что $\langle E \rangle$ = $E_в$, имеем

$$\frac{\Delta N}{N} = \frac{2\sqrt{E_{\text{‰}}}}{\sqrt{\pi \cdot (kT)^3}} \cdot e^{-\frac{E_{\text{‰}}}{kT}} \cdot 2\delta E_{\text{‰}} = \frac{4\delta E_{\text{‰}}^{3/2}}{\sqrt{\pi} \cdot (kT)^{3/2}} \cdot e^{-\frac{E_{\text{‰}}}{kT}}.$$

Найдем наиболее вероятное значение энергии, исследуя f(E) на экстремум $\partial f(E)/\partial E = 0$

$$\frac{2}{\sqrt{\pi (kT)^3}} \left[\frac{1}{2\sqrt{E}} \cdot e^{-\frac{E}{kT}} + \sqrt{E} \cdot e^{-\frac{E}{kT}} \left(-\frac{1}{kT} \right) \right] = 0 \;\Rightarrow\; E_B = \frac{kT}{2}.$$

Подставляем $E_в$ и находим относительное число частиц

$$\frac{\Delta N}{N}=\frac{4\delta(kT/2)^{3/2}}{\sqrt{\pi}\cdot(kT)^{3/2}}\cdot e^{-\frac{kT}{2kT}}=\sqrt{\frac{2}{\pi}}\cdot\delta\cdot e^{-1/2}=\sqrt{\frac{2}{3{,}14}}\cdot\frac{10^{-2}}{e^{2}}\approx 4{,}8\cdot 10^{-3}$$

<u>Задача 4.7</u> В сосуде находится $m = 8$ г кислорода при температуре $T = 1600$ К. Молярная масса кислорода $\mu = 32\cdot 10^{-3}$ кг/моль. Какое число молекул ΔN имеет кинетическую энергию поступательного движения, превышающую $E_0 = 2\cdot 10^{-19}$ Дж?

Решение

Воспользуемся соотношением (4.32) для расчета числа молекул в заданном интервале энергий $E_0 \le E < \infty$.

$$\Delta N=\frac{2N}{\sqrt{\pi}}\cdot\int_{t_1}^{t_2}\sqrt{t}\cdot e^{-t}dt\,,$$

где $t_1 = E_0/kT$, $t_2 = \infty$.

Оценим величину

$$t_1=\frac{E_0}{kT}=\frac{2\cdot 10^{-19}}{1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 1600}\approx 9{,}05\,.$$

Тогда в соответствии с (4.37)

$$\Delta N=\frac{2N}{\sqrt{\pi}}\cdot\sqrt{t_1}\cdot e^{-t_1}\,.$$

Найдем общее число молекул кислорода

$$N=\frac{m}{\mu}\cdot N_A=\frac{8\cdot 10^{-3}}{32\cdot 10^{-3}}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}\approx 1{,}5\cdot 10^{23}\quad.$$

Тогда число молекул с кинетической энергией большей E_0

$$\Delta N=\frac{2\cdot 1{,}5\cdot 10^{23}}{\sqrt{3{,}14}}\cdot\sqrt{9{,}05}\cdot e^{-9{,}05}=6\cdot 10^{19}$$

<u>Задача 4.8</u> Пылинки массой $m = 10^{-18}$ г взвешены в воздухе. Определить толщину слоя воздуха, в пределах которого концентрация пылинок различается не более чем на $\delta = 1\%$. Температура воздуха во всем объеме постоянна и равна $T = 300$ К. Выталкивающей силой Архимеда пренебречь.

Решение

При равновесном распределении пылинок их концентрация зависит только от вертикальной координаты z и описывается функцией распределения Больцмана (4.43)

$$n(z)=n_0\cdot e^{-\frac{mgz}{kT}}\,.$$

Продифференцировав выражение по z, получим

$$dn = -n_0 \frac{mg}{kT} \cdot e^{-\frac{mgz}{kT}} \cdot dz = -\frac{mgz}{kT} \cdot n \cdot dz .$$

Откуда изменение координаты

$$dz = -\frac{kT}{mg} \cdot \frac{dn}{n},$$

знак ″–″ показывает, что с увеличением высоты концентрация уменьшается.

По условию задачи изменение концентрации частиц Δn с высотой мало по сравнению с самой концентрацией n, поэтому можно приближенно заменить дифференциал dn на конечное приращение Δn. Тогда толщина слоя воздуха с учетом того, что по условию $\Delta n/n = \delta$,

$$\Delta z = \left| \frac{kT}{mg} \cdot \frac{\Delta n}{n} \right| = \left| \frac{kT}{mg} \cdot \delta \right| = \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{10^{-21} \cdot 9{,}81} \cdot 0{,}01 = 4{,}22 \text{ мм} .$$

Задача 4.9 Определить силу, действующую на частицу, находящуюся во внешнем однородном поле тяготения, если отношение концентраций частиц n_1/n_2 на двух уровнях, отстоящих друг от друга на Δz = 1 м, равно е. Температуру считать постоянной и равной Т = 300 К.

Решение

При равновесном распределении частиц во внешнем однородном поле тяготения зависимость концентрации частиц от высоты (вертикальная ось z) определяется распределением Больцмана (4.43). Для двух указанных в условии уровней

$$n_1 = n(z_1) = n(0) \cdot e^{-\frac{U(z_1)}{kT}} \;; \; n_2 = n(z_2) = n(0) \cdot e^{-\frac{U(z_2)}{kT}},$$

а их отношение по условию

$$\frac{n_1}{n_2} = \exp\left(-\frac{U(z_1) - U(z_2)}{kT} \right) = e .$$

Логарифмируя это выражение, получим

$$\ln\left(\frac{n_1}{n_2} \right) = -\frac{U(z_1) - U(z_2)}{kT} \;\Rightarrow\; 1 = -\frac{\Delta U}{kT} .$$

Учитывая, что в одномерном поле согласно (4.42), $\Delta U = -F \cdot \Delta z$, получим, что

$$k \cdot T = F \cdot \Delta z \;\Rightarrow\; F = \frac{k \cdot T}{\Delta z} = \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1} = 4{,}14 \cdot 10^{-21} \text{ Н}$$

Задача 4.10 Идеальный газ находится в бесконечно высоком вертикальном цилиндрическом сосуде при температуре Т. Считая поле сил тяжести однородным, найти: 1) среднее значение потенциальной энергии $\langle U\rangle$ молекул газа; 2) как изменится давление газа на дно сосуда, если температуру газа увеличить в η раз.

Решение

1) При равновесном распределении молекул в однородном поле силы тяжести функция распределения Больцмана (4.40)

$$f(U) = B\cdot e^{-\frac{U}{kT}},$$

где B – некоторая постоянная, U – потенциальная энергия в поле силы тяжести. kT – тепловая энергия частиц при данной температуре.

Для нахождения среднего значения потенциальной энергии через функцию распределения воспользуемся формулой (4.4)

$$<U> = \frac{\int_0^\infty U\cdot B\cdot e^{-\frac{U}{kT}}\cdot dU}{\int_0^\infty B\cdot e^{-\frac{U}{kT}}\cdot dU} = \frac{\int_0^\infty U\cdot e^{-\frac{U}{kT}}\cdot dU}{\int_0^\infty e^{-\frac{U}{kT}}\cdot dU}.$$

Вычислим записанные интегралы с помощью Таблицы 1:

$$\int_0^\infty Ue^{-\frac{U}{kT}}\cdot dU = \int_0^\infty xe^{-\alpha\cdot x}dx = \frac{1}{\alpha^2},\text{ где } \alpha = \frac{1}{kT} \Rightarrow \int_0^\infty Ue^{-\frac{U}{kT}}dU = k^2T^2$$

$$\int_0^\infty e^{-\frac{U}{kT}}\cdot dU = \int_0^\infty e^{-\alpha\cdot x}dx = \frac{1}{\alpha},\quad \text{где}\quad \alpha = \frac{1}{kT} \Rightarrow \int_0^\infty e^{-\frac{U}{kT}}\cdot dU = kT.$$

Тогда получаем

$$<U> = \frac{k^2T^2}{kT} = kT.$$

2. В однородном поле сил тяжести потенциальная энергия $U = m\cdot g\cdot z$ (где уровень $z = 0$ соответствует дну сосуда). Запишем закон Больцмана в виде (4.43)

$$n(z) = n(0)\cdot e^{-\frac{m_o gz}{kT}}.$$

Число частиц в элементарном объеме вертикального цилиндрического сосуда $dV = S\cdot dz$

$$dN(z) = n(z)\cdot dV = n(0)\cdot e^{-\frac{m_o gz}{kT}}\cdot S\cdot dz,$$

где $n(0) = P(0)/kT$.

Полное число частиц в бесконечно высоком вертикальном цилиндрическом сосуде при постоянной температуре T_1

$$N_1 = \int_0^\infty dN = \int_0^\infty n(0)\cdot e^{-\frac{m_o gz}{kT}}\cdot S\cdot dz = \frac{P_1(0)\cdot S}{kT_1}\int_0^\infty e^{-\frac{m_o gz}{kT}}dz.$$

Делая замену переменной

$$x = \frac{m_0 g}{kT_1} z; \quad dx = \frac{m_o g}{kT_1} dz \quad \Rightarrow \quad dz = \frac{kT_1}{m_o g} dx, \qquad ,$$

получаем

$$N_1 = \frac{P_1(0)SkT_1}{kT_1 m_0 g} \int_0^{\infty} e^{-x} dx = -\frac{P_1(0)S}{m_0 g} \cdot e^{-x}\Big|_0^{\infty} = \frac{P_1(0)S}{m_0 g}.$$

Аналогично рассчитывается число частиц N_2 при температуре T_2

$$N_2 = \frac{P_2(0)S}{m_0 g}.$$

Для бесконечно высокого сосуда полное число частиц должно быть одинаковым, т.е. $N_1 = N_2$. Следовательно, давление на дно сосуда при изменении температуры не меняется $P_1(0) = P_2(0)$.

<u>Задача 4.11</u> Ротор центрифуги вращается с угловой скоростью ω. Используя функцию распределения Больцмана, установить распределение концентрации n для частиц массой m, находящихся на расстоянии r от оси вращения.

Решение

Функция распределения концентрации частиц в одномерном поле согласно (4.41)

$$n(r) = n(0) \cdot \exp\left(-\frac{U(r)}{kT}\right),$$

где U(r) − потенциальная энергия частиц в силовом поле.

При вращении центрифуги с угловой скоростью ω на каждую частицу, находящуюся на расстоянии r от оси вращения действует центробежная сила $F(r) = m \cdot \omega^2 \cdot r$, а связь между силой и потенциальной энергией задается формулой (4.42)

$$U = -\int(\vec{F} \cdot \vec{r}).$$

Тогда можно получить потенциальную энергию

$$U(r) = -\int F_r \cdot dr = -\int m \cdot \omega^2 \cdot r \cdot dr = -\frac{m \cdot \omega^2 \cdot r^2}{2} + C.$$

Положим, что при r = 0, U(r) = 0 и, следовательно, константа C = 0. Таким образом, потенциальная энергия записывается

$$U(r) = -\frac{m \cdot \omega^2 \cdot r^2}{2}.$$

Подставляя энергию в распределение концентрации, получаем функцию расстояния от оси вращения

$$n(r) = n_0 \cdot \exp\left(\frac{m \cdot \omega^2 \cdot r^2}{2kT}\right).$$

Задачи для самостоятельного решения

4.12 Вычислить среднюю арифметическую и среднюю квадратичную скорости молекул идеального газа, у которого при нормальном атмосферном давлении плотность $\rho = 1$ г/л.

4.13 Вычислить наиболее вероятную скорость молекул идеального газа, у которого при нормальном атмосферном давлении плотность $\rho = 1$ г/л.

4.14 Найти среднюю арифметическую, среднюю квадратичную и наиболее вероятную скорости молекул идеального газа, у которого при давлении P = 300 мм.рт.ст плотность $\rho = 0{,}3$ кг/м^3.

4.15 Определить температуру водорода, при которой средняя квадратичная скорость молекул больше их наиболее вероятной скорости на $\Delta v = 400$ м/с. Найти среднюю арифметическую скорость молекул водорода при этой температуре. Молярная масса водорода $\mu = 2\cdot10^{-3}$ кг/моль.

4.16 При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул азота больше их наиболее вероятной скорости на $\Delta v = 50$ м/с? Молярная масса азота $\mu = 28\cdot10^{-3}$ кг/моль.

4.17 При какой температуре газа, состоящего из смеси азота и кислорода, наиболее вероятные скорости молекул азота и кислорода будут отличаться друг от друга на $\Delta v = 30$ м/с. Молярная масса азота $\mu_1 = 28\cdot10^{-3}$ кг/моль, молярная масса кислорода $\mu_2 = 32\cdot10^{-3}$ кг/моль.

4.18 Определить температуру кислорода, при которой функция распределения молекул по модулю скорости f(v) будет иметь максимум при скорости $v_B = 920$ м/с. Найти значения средней арифметической и средней квадратичной скоростей молекул кислорода при этой температуре. Молярная масса кислорода $\mu = 32\cdot10^{-3}$ кг/моль.

4.19 Найти температуру азота, при которой скоростям молекул $v_1 = 300$ м/с и $v_2 = 600$ м/с соответствуют одинаковые значения функции распределения по модулю скорости f(v). Молярная масса азота $\mu = 28\cdot10^{-3}$ кг/моль.

4.20 Определить скорость молекул аргона, при которой значение функции распределения по модулю скорости f(v) для температуры $T_0 = 300$ К будет таким же, как и для температуры в n = 5 раз большей. Молярная масса аргона $\mu = 40\cdot10^{-3}$ кг/моль.

4.21 Определить скорость молекул идеального газа, при которой значение функции распределения по модулю скорости f(v) для температуры T_0 будет таким же, как и для температуры в η раз больше. Молярная масса газа μ.

4.22 Смесь кислорода и гелия находится при температуре $t = 100^oC$. При каком значении скорости молекул значения функции распределения по модулю скорости f(v) будут одинаковы для обоих газов? Молярная масса гелия $\mu_1 = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, молярная масса кислорода $\mu_2 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.23 При каком значении скорости v пересекаются кривые распределения Максвелла по модулю скорости для температур T_1 и $T_2 = 2T_1$? Молярная масса газа μ известна.

4.24 Найти наиболее вероятную, среднюю арифметическую и среднюю квадратичную скорости молекул хлора при температуре t = 227°C. Как изменится средняя арифметическая скорость молекул газа при адиабатическом расширении в два раза? Молярная масса хлора $\mu = 70 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.25 При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул кислорода равна средней квадратичной скорости молекул азота при температуре t = 100°C? Как зависит средняя квадратичная скорость молекул кислорода от давления при адиабатическом сжатии? Молярная масса азота $\mu_1 = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, молярная масса кислорода $\mu_2 = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.26 Найти наиболее вероятную скорость, среднюю арифметическую и среднюю квадратичную скорости молекул гелия при температуре $t = 200^0$C. Как зависит средняя арифметическая скорость молекул гелия от давления при адиабатическом расширении? Молярная масса гелия $\mu = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.27 Во сколько раз нужно адиабатически расширить идеальный газ, состоящий из двухатомных молекул, чтобы средняя квадратичная скорость молекул уменьшилась в n = 1,5 раза?

4.28 Зная функцию распределения молекул по скоростям в некотором молекулярном пучке $f(v) = C \cdot v^3 \cdot \exp\left(-\frac{m_0 \cdot v^2}{2kT}\right)$, определить из условия нормировки коэффициент C.

4.29 Зная функцию распределения молекул по скоростям в некотором молекулярном пучке $f(v) = \frac{m_0^2}{2k^2T^2} \cdot v^3 \cdot \exp\left(-\frac{m_0 \cdot v^2}{2kT}\right)$, найти выражение для средней арифметической скорости.

4.30 Зная функцию распределения молекул по скоростям в некотором молекулярном пучке $f(v) = \frac{m_0^2}{2k^2T^2} \cdot v^3 \cdot \exp\left(-\frac{m_0 \cdot v^2}{2kT}\right)$, найти выражение для наиболее вероятной скорости и рассчитать значение этой скорости для аргона при температуре T = 500 К. Молярная масса аргона $\mu = 40 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.31 Вычислить среднюю проекцию скорости $\langle v_X \rangle$ и среднее значение модуля проекции скорости $\langle |v_X| \rangle$ для молекул гелия при температуре T = 400 K. Молярная масса гелия $\mu = 4\cdot10^{-3}$ кг/моль.

4.32 Вычислить среднюю проекцию скорости $\langle v_Y \rangle$ и среднее значение модуля проекции скорости $\langle |v_Y| \rangle$ для молекул аргона при температуре $t = 50^0$C. Молярная масса аргона $\mu = 40\cdot10^{-3}$ кг/моль.

4.33 Найти среднее значение квадрата проекции скорости $< v_X^2 >$ молекул идеального газа при температуре T. Масса каждой молекулы равна m_0.

4.34 Рассчитать среднее значение обратной скорости $\left\langle \frac{1}{v} \right\rangle$ молекул кислорода при температуре $t = 50^0$C и сравнить полученную величину с величиной, обратной средней арифметической скорости для этого газа. Молярная масса кислорода $\mu = 32\cdot10^{-3}$ кг/моль.

4.35 Используя функцию распределения Максвелла по скоростям, найти среднее значение импульса молекулы углекислого газа CO_2 при температуре T = 300 K. Молярная масса углекислого газа $\mu = 44\cdot10^{-3}$ кг/моль.

4.36 Используя функцию распределения Максвелла по компоненте скорости, найти среднее значение модуля проекции импульса $< |p_X| >$ для молекул аргона при температуре $t = 20^0$C. Молярная масса аргона $\mu = 40\cdot10^{-3}$ кг/моль.

4.37 Используя функцию распределения Максвелла, найти среднюю энергию поступательного движения молекул идеального газа при температуре T. Зависит ли эта энергия от рода газа? Рассчитать значение этой энергии для температуры T = 500 K.

4.38 Распределение молекул по скоростям в пучке, выходящем из небольшого отверстия в сосуде, описывается функцией распределения $f(v) = A \cdot v^3 \cdot \exp\left(-\frac{m_0 \cdot v^2}{2kT} \right)$. Найти наиболее вероятное значение скорости молекул в пучке и сравнить его со значением наиболее вероятной скорости молекул в сосуде.

4.39 Распределение молекул по скоростям в пучке, выходящем из небольшого отверстия в сосуде, описывается функцией распределения $f(v) = \frac{m_0^2}{2k^2T^2} \cdot v^3 \cdot \exp\left(-\frac{m_0 \cdot v^2}{2kT} \right)$. Получить функцию распределения молекул по энергиям и найти наиболее вероятное значение энергии молекул в пучке.

4.40 Используя функцию распределения Максвелла по импульсам, найти наиболее вероятное значение импульса p_B для молекул идеального газа. Масса молекулы газа m_0.

4.41 Используя функцию распределения Максвелла по импульсам, найти наиболее вероятное значение импульса p_B для молекул азота при температуре $t = 10^0$C. Молярная масса азота $\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.42 Используя функцию распределения Максвелла по импульсам, найти выражение для кинетической энергии молекул идеального газа, которые имеют наиболее вероятное значение импульса p_B.

4.43 Используя функцию распределения Максвелла по импульсам, найти среднее значение квадрата импульса $\langle p^2 \rangle$ молекул идеального газа.

4.44 Зная функцию распределения Максвелла по модулю скорости f(v), получить функцию распределения молекул по энергиям f(E) и найти наиболее вероятную энергию для молекул водорода при температуре $t = 100^0$C.

4.45 Используя функцию распределения молекул по энергиям, найти отношение средней кинетической энергии $\langle E \rangle$ поступательного движения молекул идеального газа к наиболее вероятной кинетической энергии поступательного движения E_B молекул газа при той же температуре.

4.46 Найти вероятности того, что при температуре T = 200 K молекулы кислорода имеют компоненту скорости вдоль оси X, лежащую в интервале $(300 \pm 0{,}3)$ и $(400 \pm 0{,}4)$ м/с. Молярная масса кислорода $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.47 Найти отношение вероятностей того, что при температуре T = 300 K молекулы азота имеют компоненты скорости вдоль оси Z, лежащие в интервале $(300 \pm 0{,}3)$ и $(500 \pm 0{,}5)$ м/с. Молярная масса азота $\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.48 Найти отношение вероятностей того, что при температуре $t = 20^0$C молекулы углекислого газа CO_2 имеют модуль скорости в диапазоне: а) между 89 и 91 м/с; б) между 599 и 601 м/с. Молярная масса углекислого газа $\mu = 44 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.49 Найти отношение числа молекул азота, скорости которых лежат в интервале от 399 до 401 м/с при температуре $T_1 = 300$ K, к числу молекул, скорости которых лежат в том же интервале при температуре $T_2 = 2 \cdot T_1$. Молярная масса азота $\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.50 Найти отношение числа молекул водорода, скорости которых лежат в интервале $(999 \div 1001)$ м/с при температуре $T_1 = 400$ K, к числу молекул, скорости которых лежат в том же интервале при температуре $T_2 = T_1/2$. Молярная масса водорода $\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.51 Найти для азота при температуре T = 300 K отношение числа молекул с компонентами скорости вдоль оси X в интервале 300 м/с

$\div$ (300–0,3) м/с к числу молекул с компонентами вдоль той же оси в интервале 600 м/с $\div$ (600–0,6) м/с. Молярная масса азота $\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.52 Определить отношение числа молекул газа аргона при температуре T = 500 К, имеющих компоненты скорости вдоль оси Z в интервале 500 м/с $\div$ (500–0,5) м/с и 800 м/с $\div$ (800–0,8) м/с. Молярная масса аргона $\mu = 40 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.53 Найти относительное число молекул идеального газа, скорость которых отличается от значения наиболее вероятной скорости не более чем на δ = 0,5 %.

4.54 Определить вероятность того, что скорости молекул идеального газа отличаются не более чем на δ = 2% от значения средней квадратичной скорости.

4.55 Найти относительное число молекул идеального газа, скорости которых отличаются не более чем на δ = 1% от значения средней арифметической скорости.

4.56 Найти вероятность того, что скорости молекул идеального газа отличаются не более чем на δ = 0,5% от средней арифметической скорости.

4.57 Какая часть молекул воздуха при температуре $t = 17^0$C обладает скоростями, отличающимися не более чем на $\Delta v = \pm 0{,}5$ м/с от наиболее вероятной скорости v_B? Молярная масса воздуха $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.58 Во сколько раз число молекул идеального газа ΔN_1, скорости которых лежат в интервале от $v_{ср.кв.}$ до $(v_{ср.кв.} + \Delta v)$, меньше числа молекул ΔN_2, скорости которых лежат в интервале от v_B до $(v_B + \Delta v)$? Считать $\Delta v \ll v$.

4.59 Кислород находится при температуре T = 400 К, давлении $P = 1{,}5 \cdot 10^5$ Па и занимает объем V = 1 см^3. Определить число молекул ΔN в этом объеме, обладающих скоростями меньше некоторого значения v_{MAX} = 5 м/с. Молярная масса кислорода $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.60 В сосуде находится идеальный газ в количестве ν = 2 моля. Определить число молекул газа, скорости которых меньше, чем $0{,}01 v_B$ (v_B – наиболее вероятная скорость молекул).

4.61 Идеальный газ в количестве ν = 1,5 моля находится в закрытом сосуде. Найти число молекул этого газа, скорости которых меньше $5 \cdot 10^{-3}\, v_B$ (v_B – наиболее вероятная скорость молекул).

4.62 Определить относительное число молекул идеального газа, скорости которых заключены в пределах от $(0 \div 0{,}05)\, v_B$ (v_B – наиболее вероятная скорость молекул).

4.63 Идеальный газ находится в сосуде объемом $V = 1$ см^3 при нормальных условиях. Найти число частиц, скорости которых могут иметь любые значения от 0 до $2v_B$ (v_B – наиболее вероятная скорость молекул).

4.64 Найти относительное число молекул азота, имеющих величину скорости в диапазоне от $v_1 = 0$ до $v_2 = 600$ м/с при температуре $t = 0^0$C. Молярная масса азота $\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.65 Водород в количестве $\nu = 2$ моля находится в закрытом сосуде при температуре T = 320 К. Найти число молекул, имеющих скорости более $v_{MIN} = 4{,}5 \cdot 10^3$ м/с. Молярная масса водорода $\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.66 Найти относительное число молекул аргона, имеющих при температуре T = 400 К скорости больше $v_1 = 400$ м/с. Молярная масса аргона $\mu = 40 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.67 Неон занимает объем $V = 1$ см^3 при температуре T = 400 К и давлении $P = 10^5$ Па. Найти число частиц, имеющих скорости больше $v_1 = 1200$ м/с. Молярная масса неона $\mu = 20 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.68 Определить вероятность того, что молекулы аргона при температуре T = 400 К имеют скорости больше $v_1 = 2000$ м/с. Молярная масса аргона $\mu = 40 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.69 Аргон занимает объем $V = 1$ см^3 при нормальных давлении и температуре. Найти число частиц, скорости которых больше $v_1 = 2000$ м/с. Молярная масса аргона $\mu = 40 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

4.70 Определить долю молекул идеального газа энергия которых отличается от средней энергии поступательного движения молекул $\langle E \rangle$ при той же температуре не более чем на $\delta = 1\%$.

4.71 Найти относительное число молекул идеального одноатомного газа, кинетические энергии которых отличаются от наиболее вероятного значения энергии не более чем на $\delta = 0{,}5\%$.

4.72 Какая часть молекул одноатомного идеального газа, находящегося в тепловом равновесии, имеют кинетическую энергию, отличающуюся от ее среднего значения не более чем на $\delta = 1\%$?

4.73 Определить относительное число молекул идеального одноатомного газа кинетические энергии которых заключены в пределах от нуля до значения $0{,}01E_B$ (E_B - наиболее вероятная кинетическая энергия молекул).

4.74 Найти долю молекул одноатомного идеального газа, кинетическая энергия которых заключена в пределах от $E_1 = 0$ до $E_2 = 0{,}01kT$.

4.75 Число молекул идеального газа, энергия которых заключена в пределах от нуля до некоторого значения E, составляет $\delta = 0{,}1\%$ общего числа молекул. Определить значение E в долях kT.

4.76 В сосуде находится гелий в количестве ν = 1,2 моля при температуре Т = 300 К. Найти число молекул гелия, которые имеют кинетическую энергию не превышающую $E_0 = 8 \cdot 10^{-21}$ Дж.

4.77 В сосуде находится m = 10 г азота при температуре Т = 1000 К. Какое число молекул азота имеет кинетическую энергию поступательного движения, не превышающую $E_{MAX} = 4{\cdot}10^{-20}$ Дж? Молярная масса азота $\mu = 28{\cdot}10^{-3}$ кг/моль.

4.78 Какова вероятность того, что кинетическая энергия молекул одноатомного идеального газа при температуре Т = 500 К превышает значение $E_0 = 7 \cdot 10^{-21}$ Дж ?

4.79 Найти относительное число молекул кислорода при температуре Т = 1000 К, кинетические энергии поступательного движения которых превышают значение $E_0 = 10^{-19}$ Дж.

4.80 Найти относительное число молекул углекислого газа CO_2, которые при температуре Т = 300 К имеют кинетические энергии поступательного движения выше, чем $E_0 = 8 \cdot 10^{-20}$ Дж.

4.81 В сосуде находится аргон при температуре $t = 100^0C$ в количестве ν = 1,5 моля. Найти число молекул аргона, кинетические энергии которых превышают значение энергии $E_0 = 9{,}6 \cdot 10^{-20}$ Дж.

4.82 Пылинки массой $m = 10^{-18}$ г взвешены в воздухе. Определить, на сколько различается относительная величина концентрации частиц в пределах толщины слоя воздуха Δh = 4,23 мм. Температура воздуха во всем объеме одинакова и равна Т = 300 К.

4.83 Найти силу, действующую на частицу со стороны однородного поля, если концентрация этих частиц на двух уровнях, отстоящих друг от друга на расстоянии Δz = 30 см (вдоль поля), отличаются в η = 2 раза. Температура системы Т = 280 К.

4.84 Пусть η_0 – отношение концентрации молекул водорода к концентрации молекул азота вблизи поверхности Земли, а η – соответствующее отношение на высоте h = 3000 м. Найти отношение η/η_0 при температуре Т = 280 К, полагая, что температура и ускорение свободного падения не зависят от высоты. Молярная масса водорода $\mu_1 = 2{\cdot}10^{-3}$ кг/моль, молярная масса азота $\mu_2 = 28{\cdot}10^{-3}$ кг/моль.

4.85 Найти изменение высоты Δh, соответствующее изменению давления на ΔP = 100 Па, в двух случаях: 1) вблизи поверхности Земли при температуре T_1 = 290 К и давлении P_1 = 100 кПа; 2) на некоторой высоте, где температура T_2 = 220 К и давление P_2 = 25 кПа. Молярная масса воздуха $\mu = 29{\cdot}10^{-3}$ кг/моль.

4.86 На какой высоте h над уровнем моря плотность воздуха уменьшится: а) в 2 раза; б) в е раз? Считать, что температура воздуха

Т и ускорение свободного падения g не зависят от высоты h. Молярная масса воздуха $\mu = 29\cdot10^{-3}$ кг/моль, температура Т = 273 К.

4.87 Пассажирский самолет совершает полет на высоте h = 8300 м. В кабине поддерживается постоянное давление, соответствующее высоте $h_0 = 2700$ м. Найти разность давлений внутри и снаружи кабины. Среднюю температуру наружного воздуха считать $t = 0^0$С. Молярная масса воздуха $\mu = 29\cdot10^{-3}$ кг/моль.

4.88 Барометр в кабине летящего самолета все время показывает одинаковое давление $P = 79\cdot10^3$ Па, благодаря чему летчик считает высоту полета неизменной. Однако, температура воздуха за бортом изменилась с $t_1 = 5^0$С до $t_2 = 1^0$С. Какую ошибку Δh в определении высоты допустил летчик? Давление P_0 у поверхности Земли считать нормальным, молярная масса воздуха $\mu = 29\cdot10^{-3}$ кг/моль.

4.89 В длинном вертикальном сосуде в однородном поле силы тяжести находится идеальный газ, состоящий из двух сортов молекул с массами m_1 и m_2, причем $m_2 > m_1$. Концентрации этих молекул у дна сосуда соответственно равны n_1 и n_2, причем $n_2 > n_1$. Считая, что во всем сосуде поддерживается одна и та же температура Т, найти высоту h, на которой концентрации этих сортов молекул будут одинаковы.

4.90 Идеальный газ находится в бесконечно высоком сосуде в однородном поле силы тяжести при температуре Т. Температуру увеличивают в η раз. На какой высоте концентрация молекул останется прежней? Молярная масса газа μ.

4.91 Определить массу m газа, заключенного в вертикальном цилиндрическом сосуде. Площадь основания сосуда S, высота h. Давление на уровне нижнего основания сосуда P_0. Температура газа Т, молярная масса μ. Считать, что температура газа и ускорение свободного падения не зависят от высоты.

4.92 Определить число молекул N газа, заключенного в вертикальном цилиндрическом сосуде. Площадь основания сосуда S, высота h. Давление на уровне нижнего основания сосуда P_0. Температура газа Т. Считать, что температура газа и ускорение свободного падения не зависят от высоты. Молярная масса газа μ.

4.93 В центрифуге с ротором радиусом r = 0,5 м при температуре Т = 300 К находится в газообразном состоянии вещество с молярной массой μ = 0,1 кг/моль. Определить отношение n/n_0 концентраций молекул у стенок ротора и в центре его, если ротор вращается с частотой $n = 30$ $с^{-1}$.

4.94 Ротор центрифуги, заполненной радоном, вращается с частотой $n = 50$ $с^{-1}$. Радиус ротора r = 0,5 м. Определить давление газа Р на стенки ротора, если давление в его центре $P_0 = 1$ атм.

Температуру по всему объему считать одинаковой и равной T = 300 К. Молярная масса радона $\mu = 222\cdot10^{-3}$ кг/моль.

4.95 Горизонтально расположенную трубку с закрытыми торцами вращают с постоянной угловой скоростью ω вокруг вертикальной оси, проходящей через один из ее торцов. В трубке находится углекислый газ при температуре T = 300 К. Длина трубки b = 100 см. Найти значение ω, при котором отношение концентраций молекул у противоположных торцов трубки $\eta = 2$. Молярная масса углекислого газа $\mu = 44\cdot10^{-3}$ кг/моль.

4.96 В центрифуге находится некоторый газ при температуре T = 271 К. Ротор центрифуги радиусом r = 0,4 м вращается с угловой скоростью $\omega = 500$ рад/с. Определить молярную массу газа, если давление P у стенки ротора в $\eta = 2{,}1$ раза больше давления P_0 в его центре.

4.97 Потенциальная энергия молекул газа в некотором центральном поле зависит от расстояния от центра поля r как $U(r) = \alpha\cdot r^2$, где α – положительная величина. Температура газа T, концентрация молекул в центре поля n_0. Найти: а) число молекул, имеющих потенциальную энергию в пределах (U; U + dU); б) наиболее вероятное значение потенциальной энергии.

5. ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА

Основные понятия и законы

Явления переноса обусловлены хаотическим движением молекул газа, которые, переходя из одних точек пространства в другие, переносят присущие им импульс, энергию и массу. К таким явлениям относятся: внутреннее трение или вязкость (перенос импульса), теплопроводность (перенос энергии) и диффузия (перенос массы вещества).

В газах определяющую роль в явлениях переноса играют упругие столкновения молекул в процессе их хаотического движения, поэтому все явления переноса протекают со скоростями, существенно меньшими скорости теплового движения.

Эффективным диаметром $d_{эф}$ молекул газа называют минимальное расстояние, на которое сближаются при столкновении центры молекул. При увеличении температуры газа эффективный диаметр молекул несколько уменьшается, однако в первом приближении $d_{эф}$ можно считать величиной постоянной для данного газа.

Величина $\sigma = \pi d_{эф}^2$ называется *эффективным сечением взаимодействия молекул,* и определяет сечение, внутри которого нельзя пренебречь силами отталкивания молекул.

Средняя длина λ *свободного пробега* молекул газа – это среднее расстояние, которое молекулы пробегают между двумя последовательными столкновениями. Ее величина определяется концентрацией молекул газа и эффективным сечением их взаимодействия.

При достаточно высоком давлении газа средняя длина свободного пробега много меньше размеров сосуда и определяется формулой:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2} \cdot \pi d_{эф}^2 n}, \qquad (5.1)$$

где n = N/V - концентрация молекул (число молекул в единице объема), которая может быть определена из уравнения состояния идеального газа (1.9):

$$n = \frac{P}{kT}. \qquad (5.2)$$

При значительном разрежении (вакуум) средняя длина свободного пробега вместо формулы (5.1) будет определяться характерным размером сосуда L:

$$\lambda = L. \qquad (5.3)$$

Среднее число столкновений z молекулы за одну секунду равно

$$z = \frac{\langle v \rangle}{\lambda}, \qquad (5.4)$$

где $\langle v \rangle$ - среднеарифметическая скорость теплового движения молекул газа (4.19):

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}\ . \qquad (5.5)$$

Здесь m_0 - масса молекулы; μ - молярная масса газа, k = $1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К - постоянная Больцмана, R = 8,31 Дж/(моль·К) - универсальная газовая постоянная.

Явления переноса возникают при нарушении равновесия в системе и стремятся привести систему в равновесное состояние. Они вызваны неодинаковыми значениями какой-либо величины в различных частях системы. Так, внутреннее трение вызвано разными скоростями течения слоев газа, теплопроводность - разностью температур, диффузия - переменной концентрацией частиц вещества.

Неоднородность в пространстве значений величины может быть задана с помощью ее *градиента* - вектора, характеризующего изменение этой величины при перемещении на единичную длину и направленного в сторону наиболее быстрого возрастания рассматриваемой величины.

При записи уравнений переноса полагаем, что изменение этой величины происходит только вдоль одной из координат, например, вдоль оси OX.

Диффузия

Диффузия – процесс выравнивания концентраций веществ, который сопровождается переносом массы соответствующего компонента из области с большей в область с меньшей концентрацией. Пусть концентрация какого–либо компонента газа уменьшается в направлении оси OX, как это показано на рис.5.1. Выделим площадку S, перпендикулярную этой оси.

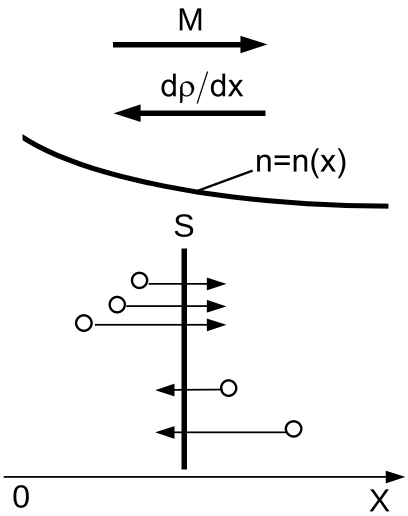


Рис. 5.1

Закон Фика определяет массу газа ΔM, переносимую вследствие диффузии за время τ через площадку S

$$\Delta M = -D\frac{d\rho}{dx}S\tau\ , \qquad (5.6)$$

где $d\rho/dx$ – градиент плотности компонента газа, D – *коэффициент диффузии* газа, равный

$$D = \frac{1}{3}\langle v\rangle\lambda\,. \qquad (5.7)$$

Коэффициент диффузии численно равен массе данного компонента, переносимой через единицу площади поверхности за единицу времени при единичном градиенте плотности.

Знак минус в уравнении (5.7) обусловлен тем, что перенос массы осуществляется в сторону уменьшения концентрации (плотности) газа, а градиент плотности по определению всегда направлен в сторону увеличения плотности газа.

Закон Фика определяет также число молекул газа ΔN, переносимых вследствие диффузии через площадку S:

$$\Delta N = -D\frac{dn}{dx}S\tau\,, \qquad (5.8)$$

где dn/dx – градиент концентрации молекул компонента газа.

Вязкость

Вязкость – возникновение сил внутреннего трения на границе между смежными слоями движущейся среды (жидкости или газа), которые стремятся выровнять скорости слоев.

На рис.5.2 показан поток газа, распространяющийся вдоль оси OY, скорость движения которого (упорядоченная скорость) изменяется непрерывно от слоя к слою по закону $u = u(x)$. Выделим площадку S, параллельную слоям потока газа.

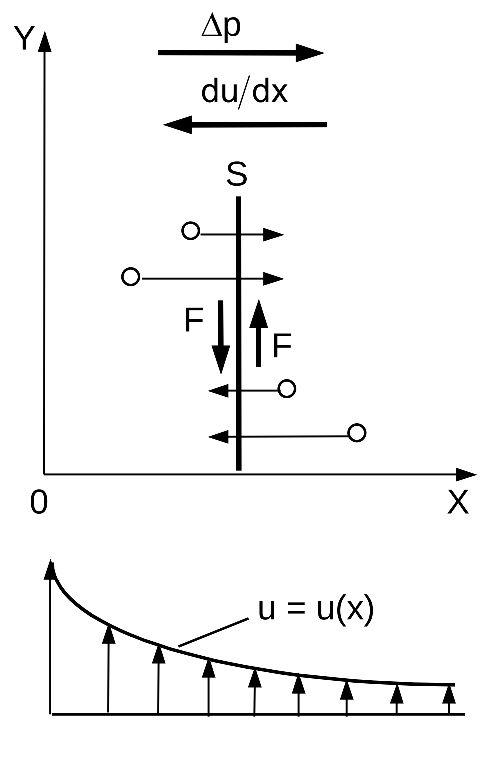


Рис. 5.2

Импульс Δp, переносимый за счет хаотического движения молекул из одного слоя в другой через площадку S за время τ, запишется

$$\Delta p = -\eta\frac{du}{dx}S\tau\,, \qquad (5.9)$$

где du/dx – градиент скорости упорядоченного движения слоев жидкости или газа.

Знак минус в уравнении (5.9) обусловлен тем, что перенос импульса осуществляется в сторону уменьшения скорости u упорядоченного движения слоев газа, а градиент направлен в сторону увеличения скорости u.

Перенос импульса обусловливает возникновение на границе слоев сил внутреннего трения F (см. рис.5.2). Величина $F = dp/d\tau$ определяется *формулой Ньютона*

$$F = \eta \cdot \left|\frac{du}{dx}\right| \cdot S. \qquad (5.10)$$

Поскольку сила трения направлена вдоль поверхности, разделяющей слои газа, то направления силы трения и градиента скорости всегда взаимно перпендикулярны (рис.5.2). Поэтому уравнение (5.10) определяет только величину (модуль) силы трения.

Коэффициент вязкости (динамическая вязкость) η газа определяется формулой

$$\eta = \frac{1}{3}\langle v\rangle\lambda\rho, \qquad (5.11)$$

где ρ – плотность газа.

Из уравнения (5.11) следует, что коэффициент вязкости численно равен силе внутреннего трения, действующей на единицу площади поверхности соприкасающихся слоев газа при единичном градиенте скорости.

При движении с постоянной скоростью u тел сферической формы радиусом r в жидкости (газе) для определения силы внутреннего трения F можно использовать *формулу Стокса*

$$F = 6\pi\eta ur. \qquad (5.12)$$

Теплопроводность

Теплопроводность – процесс передачи теплоты от более нагретого слоя вещества к менее нагретому. На рис.5.3 показано изменение температуры некоторого вещества вдоль оси OX.

Закон Фурье определяет количество тепла Q, переданного за счет теплопроводности через площадку S за время τ

$$Q = -\kappa\frac{dT}{dx}S\tau, \qquad (5.13)$$

где dT/dx – градиент температуры, κ – *коэффициент теплопроводности* вещества. Формула (5.13) справедлива для теплопроводности как в жидких, газообразных, так и твердых телах.

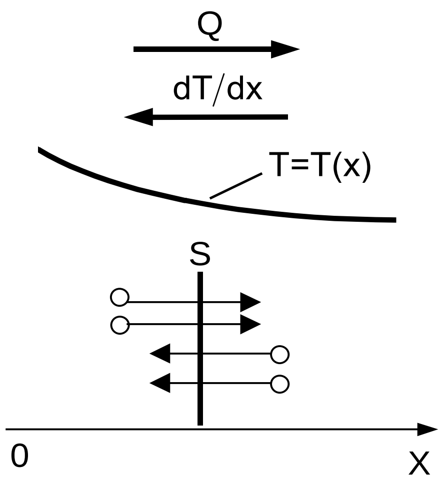


Рис. 5.3

Знак минус в уравнении (5.13) обусловлен тем, что перенос количества теплоты всегда осуществляется в сторону уменьшения температуры, а градиент направлен в сторону увеличения температуры (см. рис.5.3).

Из закона Фурье (5.13) следует, что коэффициент теплопроводности численно равен количеству теплоты, проходящему через единицу площади поверхности за единицу времени при единичном градиенте температуры.

В случае теплопроводности газов перенос теплоты осуществляется в результате обмена молекулами кинетической энергией при их соударениях в процессе хаотического движения. Тогда для газов коэффициент теплопроводности κ может быть определен по формуле

$$\kappa = \frac{1}{3}\langle v\rangle \lambda c_V^{уд}\rho, \qquad (5.14)$$

где $c_V^{уд}$ – удельная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Если разность температур ΔT не очень велика, то при расчете коэффициента теплопроводности κ обычно среднеарифметическую скорость молекул $\langle v\rangle$ и плотность газа ρ определяют по среднеарифметическому значению температуры.

Часто в задачах изменение от слоя к слою какой–либо величины (плотности ρ, температуры T, скорости упорядоченного движения u) можно считать линейным, тогда градиент этой величины можно записать в виде:

$$\frac{d\rho}{dx} = \frac{\Delta\rho}{\Delta x}; \qquad \frac{dT}{dx} = \frac{\Delta T}{\Delta x}; \qquad \frac{du}{dx} = \frac{\Delta u}{\Delta x}.$$

Примеры решения задач

<u>Задача 5.1</u> Баллон объемом V = 10 л содержит водород массой m = 1 г. Определить среднюю длину свободного пробега λ молекулы водорода. Эффективный диаметр молекулы водорода $d_{эф}$ = 0,28 нм, молярная масса водорода $\mu = 2\cdot10^{-3}$ кг/моль.

Решение

Средняя длина свободного пробега молекул согласно формуле (5.1) определяется

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d_{эф}^2 n}.$$

Концентрацию молекул газа находим из соотношения $n = N/V$, где число молекул в баллоне

$$N = \frac{m}{\mu}N_A.$$

Следовательно $n = \dfrac{mN_A}{\mu V}$

Окончательно имеем

$$\lambda=\frac{\mu V}{\sqrt{2}\pi d^2_{э тм} m N_A}=\frac{2\cdot 10^{-3}\cdot 10\cdot 10^{-3}}{\sqrt{2}\cdot 3{,}14\cdot(2{,}8\cdot 10^{-10})^2\cdot 10^{-3}\cdot 6{,}02\cdot 10^{23}}=9{,}6\cdot 10^{-8}“.$$

<u>Задача 5.2</u> Найти среднее число Z столкновений, которые происходят в течение одной секунды между всеми молекулами гелия, занимающего при нормальных условиях объем V = 1 мм^3. Эффективный диаметр молекулы гелия $d_{эф}$ = 2·10^{-10} м, молярная масса гелия μ = 4·10^{-3} кг/моль.

Решение

Среднее число столкновений каждой молекулы за одну секунду определяется по формуле (5.4)

$$z=\langle v\rangle/\lambda.$$

Подставляя в это выражение среднюю арифметическую скорость молекул гелия

$$\langle v\rangle=\sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$$

и среднюю длину свободного пробега молекул

$$\lambda=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2_{эф} n},$$

получаем

$$z=4d^2_{эф} n\sqrt{\frac{\pi RT}{\mu}}.$$

Выразим число всех молекул в сосуде через концентрацию N = nV. Учитывая, что в среднем в столкновении участвуют две молекулы, получаем общее число столкновений всех молекул

$$Z=z\frac{N}{2}=2V(nd_{'эф})^2\sqrt{\frac{\pi RT}{\mu}}.$$

Концентрацию молекул найдем из уравнения состояния идеального газа (5.2)

$$n=\frac{P}{kT},$$

тогда имеем

$$Z=2V\left(\frac{Pd_{эф}}{kT}\right)^2\sqrt{\frac{\pi RT}{\mu}}=2\cdot 10^{-9}\cdot\left(\frac{10^5\cdot 2\cdot 10^{-10}}{1{,}38\cdot 10^{-23}\cdot 273}\right)^2\sqrt{\frac{3{,}14\cdot 8{,}31\cdot 273}{4\cdot 10^{-3}}}=$$

$$=7{,}52\cdot 10^{25} 1/c$$

<u>Задача 5.3</u> Как зависят средняя длина свободного пробега и число столкновений каждой молекулы идеального газа в единицу времени от температуры в следующих процессах: а) изохорическом, б) изобарическом?

Решение

а) Средняя длина свободного пробега молекул

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d_{эф}^2 n}.$$

Для изохорического процесса (V = const) концентрация молекул газа $n = N/V$ не изменяется, следовательно λ = const и не зависит от температуры газа.

Среднее число столкновений молекулы за одну секунду

$$z = \langle v \rangle / \lambda.$$

или (см. решение задачи 5.2)

$$z = 4d_{эф}^2 n\sqrt{\frac{\pi RT}{\mu}}.$$

Следовательно, среднее число столкновений зависит от температуры газа $z \sim \sqrt{T}$.

б) Для изобарического процесса (P = const) концентрация газа n не будет постоянной. Заменяя $n = P/kT$, получаем

$$\lambda = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d_{эф}^2 P},$$

т.е. средняя длина свободного пробега молекул прямо пропорциональна температуре ($\lambda \sim T$).

Среднее число столкновений молекулы за одну секунду

$$z = 4d_{эф}^2 n\sqrt{\frac{\pi RT}{\mu}} = \frac{4d_{эф}^2 P}{k}\sqrt{\frac{\pi R}{\mu T}}.$$

Следовательно, $z \sim 1/\sqrt{T}$.

Задача 5.4 Определить, во сколько раз отличаются коэффициенты диффузии двух идеальных газов, находящихся в одинаковых условиях, если отношение молярных масс этих газов $\mu_1/\mu_2 = 0{,}6$. Значения эффективных диаметров молекул этих газов принять одинаковыми.

Решение

Коэффициент диффузии согласно формуле (5.7) равен

$$D = \frac{1}{3}\lambda\langle v \rangle,$$

где средняя длина свободного пробега молекул λ и средняя арифметическая скорость молекул $\langle v \rangle$ соответственно запишутся

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d_{эф}^2 n} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d_{эф}^2 P};$$

$$\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} = \sqrt{\frac{8kN_A T}{\pi\mu}}.$$

Подставляя в формулу для коэффициента диффузии, получаем

$$D = \frac{1}{3}\frac{kT}{\sqrt{2}\pi d_{эф}^2 P}\sqrt{\frac{8kN_A T}{\pi\mu}} = \frac{2}{3d_{эф}^2 P}\sqrt{\frac{N_A}{\mu}}\left(\frac{Tk}{\pi}\right)^{3/2}.$$

Следовательно

$$\frac{D_2}{D_1} = \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} = \sqrt{0{,}6} = 0{,}77.$$

<u>Задача 5.5</u> Определить коэффициент диффузии D кислорода в условиях, когда отношение давления и температуры равно $P/T = 10^3$ Па/К, а коэффициент вязкости при этих условиях η = 1,9·10^{-4} г/(см·с). Молярная масса кислорода μ = 0,032 кг/моль.

Решение

Запишем формулы для коэффициентов вязкости и диффузии газа

$$\eta = \frac{1}{3}\lambda\langle v\rangle\rho; \quad D = \frac{1}{3}\lambda\langle v\rangle.$$

Следовательно

$$D = \frac{\eta}{\rho}.$$

Из уравнения состояния идеального газа имеем

$$\rho = \frac{P\mu}{RT},$$

тогда

$$D = \frac{\eta RT}{P\mu} = \frac{1{,}9\cdot 10^{-5}\cdot 8{,}31}{10^3\cdot 0{,}032} = 4{,}93\cdot 10^{-6}\ \text{м}^2/\text{с}.$$

<u>Задача 5.6</u> Гелий при нормальных условиях заполняет пространство между длинными коаксиальными цилиндрами. Радиус внешнего цилиндра R_1 = 8 см, зазор между ними L = 4 мм (см.рис.5.4). Внешний цилиндр неподвижен, внутренний вращается с угловой скоростью ω = 2 рад/с. Найти момент сил трения, действующих на единицу длины внешнего цилиндра. Коэффициент вязкости гелия при нормальных условиях η = 1,96·10^{-5} кг/(м·с).

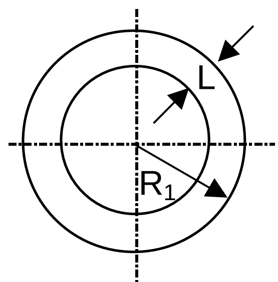


Рис. 5.4

Решение

На боковую поверхность внешнего цилиндра будет действовать сила вязкого трения (5.10)

$$F = \eta\left|\frac{du}{dr}\right|S$$

и момент этой силы, равный

$$M_{тр} = FR_1.$$

Найдем градиент скорости $|du/dr|$ слоев газа в зазоре между цилиндрами, считая, что скорость изменяется линейно от нуля вблизи поверхности внешнего цилиндра до $u = \omega(R_1 - L)$ вблизи поверхности внутреннего цилиндра:

$$\left|\frac{du}{dr}\right| = \frac{\Delta u}{L} = \frac{u}{L} = \frac{\omega(R_1 - L)}{L}.$$

Площадь боковой поверхности внешнего цилиндра равна $S = 2\pi R_1 h$, где h = 1 м - длина цилиндров.

Подставляя, получаем

$$F = \eta\frac{\omega(R_1 - L)}{L}2\pi R_1 h$$

и

$$M_{тр} = \eta\omega\left(\frac{R_1}{L} - 1\right)2\pi R_1^2 h$$

$$M_{тр} = 1{,}96 \cdot 10^{-5} \cdot 2 \cdot \left(\frac{8 \cdot 10^{-2}}{4 \cdot 10^{-3}} - 1\right) \cdot 2 \cdot 3{,}14 \cdot 64 \cdot 10^{-4} \cdot 1 = 3 \cdot 10^{-5}\ Н \cdot м.$$

<u>Задача 5.7</u> Какой наибольшей скорости может достичь дождевая капля диаметром D = 0,3 мм? Коэффициент вязкости воздуха принять равным η = 1,8·10^{-5} кг/(м·с). Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3.

Решение

На падающую дождевую каплю действуют три силы (рис.5.5):

а) Сила тяжести

$$F_т = mg = \rho_{воды}Vg,$$

где $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{1}{6}\pi D^3$ – объем капли.

б) Сила сопротивления (вязкого трения), которая определяется по формуле Стокса (5.12)

$$F_c = 6\pi\eta uR = 3\pi\eta uD.$$

в) Выталкивающая сила Архимеда

$$F_A = \rho_{возд}Vg.$$

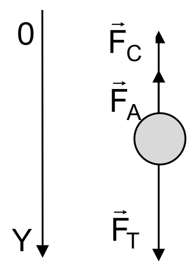


Рис. 5.5

Так как $\rho_{возд} << \rho_{воды}$, в данном случае выталкивающей силой можно пренебречь.

При установившемся движении скорость максимальна, а ускорение капли равно нулю, следовательно второй закон Ньютона в проекции на оси OY имеет вид

$$F_т - F_c = 0 \quad \text{или} \quad \frac{1}{6}\rho_{воды}\pi D^3 g - 3\pi\eta u D = 0.$$

Окончательно имеем

$$u = \frac{\rho_{воды}D^2 g}{18\eta} = \frac{10^3 \cdot (0{,}3 \cdot 10^{-3})^3 \cdot 9{,}81}{18 \cdot 1{,}8 \cdot 10^{-5}} = 8{,}2 \cdot 10^{-4} м/с.$$

Задача 5.8 Цилиндрический термос имеет наружный радиус r_2 = 20 см, внутренний r_1 = 16 см, высоту h = 60 см. При каком давлении коэффициент теплопроводности κ воздуха между стенками термоса начнет уменьшаться при откачке воздуха? Какое количество тепла передается ежесекундно через стенки термоса при давлении P = 0,02 Па, если температура внутри термоса t_1 = 60°C, снаружи – t_2 = 20°C? Температуру воздуха между стенками термоса считать равной среднему арифметическому температур внутри и снаружи термоса. Эффективный диаметр молекулы воздуха $d_{эф}$ = 0,3 нм, молярная масса воздуха μ = 0,029 кг/моль.

Решение

При уменьшении давления средняя длина свободного пробега молекул воздуха начинает увеличиваться и при некотором $P_{кр}$ становится равной расстоянию между стенками сосуда. Найдем $P_{кр}$ из условия $\lambda = (r_2 - r_1)$:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d_{эф}^2 n} = \frac{kT_{ср}}{\sqrt{2}\pi d_{эф}^2 P_{кр}};$$

$$P_{кр} = \frac{k(T_1 + T_2)}{2\sqrt{2}\pi d_{эф}^2 (r_2 - r_1)} = \frac{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot (293 + 333)}{2\sqrt{2} \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}3^2 \cdot 10^{-18} \cdot 4 \cdot 10^{-2}} = 0{,}27 \text{ Па}.$$

Можно считать, что начиная с этого значения давления теплопроводность воздуха будет преимущественно определяться не столкновениями молекул между собой, а их столкновениями со стенками сосуда. Тогда при P < $P_{кр}$ согласно (5.14) коэффициент теплопроводности запишется

$$\kappa = \frac{1}{3}(r_2 - r_1)\langle v\rangle \rho c_V^{уд} = \frac{1}{3}(r_2 - r_1)\sqrt{\frac{8RT_{ср}}{\pi\mu}} \cdot \frac{P\mu}{RT_{ср}} \cdot \frac{iR}{2\mu} = \frac{10P(r_2 - r_1)}{3}\sqrt{\frac{R}{\pi\mu(T_1 + T_2)}},$$

так как для двухатомного газа (воздуха) число степеней свободы i = 5.

Выберем между стенками термоса некоторую цилиндрическую поверхность радиусом r (r_1 < r < r_2). Тогда количество тепла Q за одну секунду через эту поверхность площадью S = 2πrh можно найти по уравнению Фурье (5.13):

$$Q = -\kappa \frac{dT}{dr} S = -\kappa \frac{dT}{dr} 2\pi rh$$

Или

$$Q \frac{dr}{2\pi rh} = -\kappa dT; \qquad \frac{Q}{2\pi h} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} = -\kappa \int_{T_1}^{T_2} dT .$$

Получаем

$$Q = k \frac{2\pi (T_1 - T_2) h}{\ln(r_2/r_1)} = \frac{20P(r_2 - r_1)(T_1 - T_2)h}{3\ln(r_2/r_1)} \sqrt{\frac{R\pi}{\mu(T_1 + T_2)}} .$$

Подставляя числовые данные, имеем

$$Q = \frac{20 \cdot 0{,}02 \cdot 0{,}04 \cdot 40 \cdot 0{,}6}{3 \cdot \ln(0{,}2/0{,}16)} \cdot \sqrt{\frac{8{,}31 \cdot 3{,}14}{0{,}029 \cdot 626}} = 0{,}69 \text{ Дж} .$$

Задачи для самостоятельного решения

5.9 Длина свободного пробега молекул водорода при нормальных условиях λ = 1,28·10^{-5} см. Найти эффективный диаметр молекулы водорода $d_{эф}$.

5.10 ν = 5 молей воздуха находятся в сосуде объемом V = 2 л. Найти среднюю длину λ свободного пробега молекул воздуха в этих условиях. Эффективный диаметр молекулы воздуха принять равным $d_{эф}$ = 0,3·10^{-9} м.

5.11 Вычислить среднюю длину λ свободного пробега молекул хлора при температуре t = 0°C и давлении P = 1,5·10^{5} Па. Эффективный диаметр молекулы хлора $d_{эф}$ = 3,5·10^{-10} м.

5.12 При каком давлении P воздуха, находящегося при температуре t = 27°C, средняя длина свободного пробега его молекул составляет λ = 7,93·10^{-3} м? Эффективный диаметр молекулы воздуха принять равным $d_{эф}$ = 0,3 нм.

5.13 Средняя длина свободного пробега молекул водорода при нормальных условиях составляет λ = 0,1 мкм. Определить среднюю длину λ_1 их свободного пробега при давлении P = 0,1 мПа, если температура газа останется постоянной.

5.14 Найти среднюю длину λ свободного пробега молекул азота, находящегося в колбе диаметром D = 20 см при давлении P = 100 мкПа и температуре T = 280 К. Можно ли считать, что в колбе создан высокий вакуум? Эффективный диаметр молекулы азота $d_{эф}$ = 0,38 нм.

5.15 Кислород находится при $t = 0°C$ в сосуде с характерным размером $L = 10$ мм. Найти давление P газа, ниже которого средняя длина свободного пробега молекул $\lambda > L$, и соответствующую этому давлению концентрацию молекул кислорода. Эффективный диаметр молекулы кислорода равен $d_{эф} = 3{,}6 \cdot 10^{-10}$ м.

5.16 Во сколько раз средняя длина λ свободного пробега молекул азота, находящегося при нормальных условиях, больше среднего расстояния $\langle L \rangle$ между его молекулами? Эффективный диаметр молекулы азота $d_{эф} = 0{,}38$ нм.

5.17 Вакуум в рентгеновской трубке составляет $P = 10^{-6}$ мм рт.ст. при температуре $t = 15°C$. Во сколько раз длина λ свободного пробега электронов в этих условиях больше расстояния $L = 50$ мм между катодом и антикатодом в трубке? Принять, что средняя длина свободного пробега электронов в газе в $\eta = 5{,}7$ раза больше, чем средняя длина свободного пробега молекул самого газа. Значение эффективного диаметра молекул воздуха $d_{эф} = 3 \cdot 10^{-10}$ м.

5.18 Средняя длина свободного пробега молекул углекислого газа при нормальных условиях $\lambda = 4 \cdot 10^{-8}$ м. Какова средняя арифметическая скорость $\langle v \rangle$ молекул? Сколько столкновений z в секунду испытывает молекула? Молярная масса углекислого газа $\mu = 0{,}044$ кг/моль.

5.19 Сколько столкновений z за одну секунду испытывает молекула неона при температуре $T = 600$ К и давлении $P = 1$ мм рт.ст., если эффективный диаметр молекулы неона принять равным $d_{эф} = 2{,}04 \cdot 10^{-10}$ м? Молярная масса неона $\mu = 0{,}02$ кг/моль.

5.20 Сколько столкновений z испытывает в среднем молекула углекислого газа CO_2 за одну секунду при нормальном давлении и температуре? Эффективный диаметр молекулы углекислого газа $d_{эф} = 4 \cdot 10^{-10}$ м, молярная масса углекислого газа $\mu = 0{,}044$ кг/моль.

5.21 Вычислить среднюю длину свободного пробега λ и время τ между двумя столкновениями молекул кислорода при давлении $P = 1{,}5 \cdot 10^{-6}$ мм рт.ст. и температуре $t = 17°C$. Эффективный диаметр молекулы кислорода равен $d_{эф} = 3{,}6 \cdot 10^{-10}$ м, молярная масса кислорода $\mu = 0{,}032$ кг/моль.

5.22 Определить среднюю длину свободного пробега λ молекул кислорода, находящегося при температуре $t = 0°C$, если среднее число столкновений, испытываемых молекулой за одну секунду, $z = 3{,}7 \cdot 10^{9}$ 1/с. Молярная масса кислорода $\mu = 0{,}032$ кг/моль.

5.23 При температуре $T = 300$ К и некотором давлении средняя длина свободного пробега молекул кислорода $\lambda = 0{,}1$ мкм. Чему будет равно среднее число столкновений z молекулы кислорода за одну секунду, если сосуд откачать до $P_1 = 0{,}1P$, где P – начальное давление газа. Температуру газа считать постоянной. Молярная масса кислорода μ = 0,032 кг/моль.

5.24 Сколько столкновений Z происходит ежесекундно в объеме V = 1 см^3 между молекулами кислорода, находящимися при нормальных условиях? Эффективный диаметр молекулы кислорода равен $d_{эф} = 3{,}6 \cdot 10^{-10}$ м, молярная масса кислорода μ = 0,032 кг/моль.

5.25 В баллоне, объем которого V = 2,5 л, содержится углекислый газ. Температура газа t = 127°C, давление P = 100 мм рт.ст. Найти число молекул N в баллоне и число столкновений Z за одну секунду между молекулами в баллоне. Эффективный диаметр молекулы углекислого газа dэф = $0{,}4 \cdot 10^{-9}$ м, молярная масса углекислого газа μ = 0,044 кг/моль.

5.26 Сколько столкновений Z за τ = 1 мин происходит в объеме V = 1 л водорода, если плотность водорода $\rho = 8{,}5 \cdot 10^{-2}$ кг/м^3 при температуре t = 0°C? Эффективный диаметр молекулы водорода $d_{эф}$ = 0,28 нм, молярная масса водорода $\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

5.27 Идеальный газ нагревают при постоянном давлении. Как изменяются длина λ свободного пробега и число столкновений z его молекул за одну секунду с изменением температуры?

5.28 Идеальный газ сжимают изотермически. Найти зависимости средней длины λ свободного пробега и числа столкновений z его молекул за одну секунду от давления. Изобразить эти зависимости на графиках.

5.29 Найти зависимости средней длины λ свободного пробега и числа соударений z в одну секунду молекул идеального газа от температуры для изохорического процесса. Изобразить эти зависимости на графиках.

5.30 Одноатомный идеальный газ сжимается адиабатически. Найти зависимости средней длины λ свободного пробега его молекул а) от давления, б) от температуры.

5.31 В результате изохорического процесса температура идеального газа увеличилась в m = 3 раза. Во сколько раз изменились средняя длина λ свободного пробега и среднее число столкновений z его молекул за одну секунду?

5.32 В изотермическом процессе давление идеального газа увеличили в m = 4 раза. Как и во сколько раз изменились средняя длина свободного пробега и среднее число столкновений каждой молекулы в единицу времени?

5.33 В адиабатическом процессе давление одноатомного идеального газа уменьшилось в m = 5 раз. Как и во сколько раз изменилась средняя длина λ свободного пробега его молекул?

5.34 Определить коэффициент диффузии D азота при температуре t = 10°C и давлении P = 10 мм рт.ст. Эффективный диаметр молекулы азота $d_{эф}$ = 0,38 нм, молярная масса азота μ = 0,028 кг/моль.

5.35 Найти коэффициент диффузии D гелия при нормальных условиях. Эффективный диаметр молекулы гелия $d_{эф}$ = 0,2 нм. Молярная масса гелия μ = 0,004 кг/моль.

5.36 Оценить среднюю длину свободного пробега λ и коэффициент диффузии D ионов в водородной плазме. Температура плазмы $T = 10^7$ К, число ионов в V = 1 см^3 плазмы равно $N = 10^{15}$. Эффективный диаметр иона водорода считать равным $d_{эф} = 1{,}13\cdot10^{-10}$ м. Молярная масса атомарного водорода μ = 0,001 кг/моль.

5.37 Найти среднюю длину свободного пробега молекул кислорода при нормальных условиях, если известно, что коэффициент диффузии кислорода при нормальных условиях D = 0,19 см^2/с. Молярная масса кислорода μ = 0,032 кг/моль.

5.38 Найти массу кислорода, прошедшего вследствие диффузии через площадку ΔS = 10 см^2 за τ = 5 с, если градиент плотности в направлении, перпендикулярном площадке, $d\rho/dx = 1{,}5$ кг/м^4. Температура кислорода t = 20°C, давление $P = 0{,}5\cdot10^5$ Па. Эффективный диаметр молекулы кислорода равен $d_{эф} = 3{,}6\cdot10^{-10}$ м, молярная масса кислорода μ = 0,032 кг/моль.

5.39 Найти градиент плотности $d\rho/dx$ для углекислого газа в направлении, перпендикулярном площадке, через каждый квадратный метр которой переносится поток массы, равный $m_\tau = 2\cdot10^{-3}$ кг/с. Температуру газа принять t = 30°C, среднее давление $P = 10^5$ Па. Эффективный диаметр молекулы углекислого газа $d_{эф}$ = 0,4 нм, молярная масса углекислого газа μ = 0,044 кг/моль.

5.40 Определить зависимости коэффициента диффузии D идеального газа от температуры T при следующих процессах: а) изобарическом, б) изохорическом. Изобразить эти зависимости на графиках.

5.41 Найти зависимости коэффициента диффузии D идеального газа от давления P при следующих процессах: а) изотермическом, б) изохорическом. Изобразить эти зависимости на графиках.

5.42 Построить график зависимости коэффициента диффузии водорода от температуры в интервале 100К $\le T \le$ 600К через каждые ΔT = 100К при постоянном давлении P = 0,1 МПа. Эффективный диаметр молекулы водорода $d_{эф} = 2{,}8\cdot10^{-10}$ м. Молярная масса водорода μ = 0,002 кг/моль.

5.43 Как и во сколько раз изменится коэффициент диффузии D идеального одноатомного газа, если его температуру адиабатически увеличить в m = 2 раза?

5.44 Идеальный газ состоит из жестких двухатомных молекул. Как и во сколько раз изменится коэффициент диффузии газа, если его объем уменьшить в m = 5 раз в результате адиабатического сжатия?

5.45 При нагревании идеального газа в закрытом сосуде коэффициент диффузии увеличился в m = 4 раза. Во сколько раз изменилась температура газа?

5.46 В сосуде под подвижным поршнем находится кислород. Как и во сколько раз нужно изменить температуру газа, чтобы коэффициент диффузии уменьшился в m = 1,5 раза?

5.47 Вычислить коэффициент вязкости η кислорода при нормальных условиях. Эффективный диаметр молекулы кислорода равен $d_{эф}$ = 0,36 нм, молярная масса кислорода μ = 0,032 кг/моль.

5.48 Найти коэффициенты вязкости η_1 и η_2 азота при температурах t_1 = 100°C и t_2 = 200°C при давлении P = 10^5 Па. Эффективный диаметр молекулы азота $d_{эф} = 3{,}8\cdot10^{-10}$ м, молярная масса азота μ = 0,028 кг/моль.

5.49 Найти коэффициент внутреннего трения η азота при нормальных условиях, если известно, что его коэффициент диффузии в этих условиях D = 0,142 см^2/с. Молярная масса азота μ = 0,028 кг/моль.

5.50 При каком давлении отношение коэффициентов внутреннего трения и диффузии идеального газа равно $\eta/D = 0{,}3$ кг/м^3, а средняя квадратичная скорость его молекул $v_{ср.кв.}$ = 632 м/с?

5.51 Коэффициент вязкости η углекислого газа при нормальных условиях $\eta = 1{,}4\cdot10^{-5}$ кг/(м·с). Вычислить среднюю длину λ свободного пробега молекул и коэффициент диффузии D. Молярная масса углекислого газа μ = 0,044 кг/моль.

5.52 Вязкость аргона при нормальных условиях $\eta = 2{,}1\cdot10^{-5}$ кг/(м·с). Вычислить: а) среднюю арифметическую скорость теплового движения атомов, б) среднюю длину свободного пробега атомов, в) среднее число столкновений атома за одну секунду. Молярная масса аргона μ = 0,04 кг/моль.

5.53 Тонкая плоскопараллельная пластинка длиной L = 2,5 см и шириной a = 2 см неподвижно расположена в потоке жидкости, текущей вдоль ее поверхности. Определить коэффициент вязкости жидкости, если на каждую сторону пластинки действует сила F = 1,5 Н, а градиент скорости в месте ее нахождения $du/dx = 2$ с$^{-1}$.

5.54 Самолет летит со скоростью u = 360 км/час. Считая, что толщина слоя воздуха у его крыла, увлекаемого вследствие вязкости, равна L = 0,04 м, найти касательную силу, действующую на каждый квадратный метр поверхности крыла. Принять, что средняя длина свободного пробега молекул воздуха равна $\lambda = 9{,}4\cdot10^{-8}$ м, а воздух находится при нормальных условиях. Молярная масса воздуха μ = 0,029 кг/моль.

5.55 Вокруг крыла летящего самолета вследствие вязкости увлекается слой воздуха толщиной L = 2 см. Касательная сила, действующая на каждый квадратный метр поверхности крыла, равна $F = 5\cdot10^{-2}$ Н. Найти скорость u самолета. Диаметр молекулы воздуха принять равным $d_{эф}$ = 0,3 нм, температура окружающей среды t = 5°C. Молярная масса воздуха μ = 0,029 кг/моль.

5.56 В азоте, находящемся под давлением P = 1 МПа и при температуре T = 300 К, движутся друг относительно друга две параллельные пластины со скоростью u = 1 м/с. Расстояние между пластинами L = 1,5 мм. Определить силу внутреннего трения, действующую на поверхность пластины площадью ΔS = 1 см^2. Средняя длина свободного пробега молекул при этих условиях λ = 6,5 нм, молярная масса азота μ = 0,028 кг/моль.

5.57 В ультраразреженном азоте, находящемся под давлением P = 1 мПа при температуре T = 300 К, движутся друг относительно друга две параллельные пластины со скоростью $(u_2 - u_1)$ = 2 м/с. Расстояние между пластинами не изменяется и много меньше средней длины свободного пробега молекул. Определить силу F внутреннего трения, действующую на поверхность пластины площадью S = 1 м^2. Молярная масса азота μ = 0,028 кг/моль.

5.58 Два тонкостенных коаксиальных цилиндра длиной L = 10 см находятся в воздухе при нормальных условиях и могут свободно вращаться вокруг их общей оси. Зазор между цилиндрами h = 2 мм. Вначале внешний цилиндр покоится, а внутренний приводят во вращение с частотой n = 20 с$^{-1}$. Найти, через какое время частота вращения внешнего цилиндра станет равной n_2 = 1 с$^{-1}$. Радиус внешнего цилиндра R = 5 см, его масса m = 100 г. Коэффициент вязкости воздуха $\eta = 17{,}2\cdot10^{-6}$ Па·с. Изменением относительной скорости цилиндров при расчетах пренебречь.

5.59 Цилиндр радиусом R_1 = 10 см и длиной L = 30 см расположен внутри цилиндра радиусом R_2 = 10,5 см так, что оси обоих цилиндров совпадают. Малый цилиндр неподвижен, большой вращается относительно общей оси с частотой n = 15 с$^{-1}$. Коэффициент вязкости газа, в котором находятся цилиндры, η = 0,8 мкПа·с. Определить: а) касательную силу F, действующую на поверхность внутреннего цилиндра площадью S = 1 м^2; б) вращающий момент M, действующий на внутренний цилиндр.

5.60 Стальной шарик радиусом $r = 2\cdot10^{-3}$ м падает в жидкости с постоянной скоростью u = 0,2 м/с. Определить вязкость жидкости, если ее плотность $\rho_1 = 1{,}2\cdot10^3$ кг/м^3. Плотность стали ρ_2 = 7800 кг/м^3.

5.61 Определить время подъема со дна водоема глубиной H = 1 м пузырьков воздуха, движущихся с постоянной скоростью. Диаметры пузырьков соответственно равны D_1 = 1 мм и D_2 = 2 мм; расширением пузырьков пренебречь. Коэффициент вязкости воды $\eta = 10^{-3}$ кг/(м·с).

5.62 На вертикальном участке длиной L = 1,5 м стальной шарик диаметром D = 3 мм движется в глицерине вниз с постоянной скоростью в течение времени τ = 65,5 с. Определить коэффициент вязкости глицерина. Плотности: стали ρ_1 = 7800 кг/м^3, глицерина ρ_2 =1260 кг/м^3.

5.63 Найти зависимости коэффициентов вязкости η и диффузии D идеального газа от температуры T при изобарическом процессе. Изобразить эти зависимости на графиках.

5.64 Найти зависимости коэффициентов вязкости η и диффузии D идеального газа от давления в изотермическом процессе. Изобразить эти зависимости на графиках.

5.65 Как и во сколько раз изменятся коэффициенты диффузии D и вязкости η идеального газа, если его объем увеличить в m = 5 раз в изотермическом процессе?

5.66 Как и во сколько раз изменятся коэффициенты диффузии D и вязкости η, если температуру идеального газа уменьшить в m = 4 раза в изобарическом процессе?

5.67 Давление идеального газа в изотермическом процессе при сжатии увеличивается в m = 5 раз. Определить, во сколько раз изменяются средняя длина λ свободного пробега молекул и коэффициент вязкости η газа.

5.68 Давление идеального газа, состоящего из двухатомных молекул с жесткой связью, в адиабатическом процессе увеличивается в m = 10 раз. Во сколько раз изменится коэффициент вязкости η газа?

5.69 Идеальный газ состоит из жестких трехатомных молекул. Как и во сколько раз изменится коэффициент вязкости, если объем газа адиабатически уменьшить в m = 3 раза?

5.70 Вычислить коэффициент теплопроводности κ гелия при температуре T = 300 К. Эффективный диаметр атома гелия $d_{эф}$ = 0,2 нм, молярная масса гелия $\mu = 4{\cdot}10^{-3}$ кг/моль.

5.71 Найти коэффициент теплопроводности воздуха при температуре t = 10°C. Эффективный диаметр молекулы воздуха принять равным $d_{эф} = 3{\cdot}10^{-10}$ м. Молярная масса воздуха μ = 0,029 кг/моль. Как изменится коэффициент теплопроводности воздуха при изобарическом нагреве в m = 10 раз?

5.72 Зная коэффициент внутреннего трения воздуха η = 17,2 мкПа·с, найти его коэффициент теплопроводности κ. Молярная масса воздуха $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

5.73 Зная, что при некоторых условиях коэффициент диффузии водорода D = 0,91 см^2/с, а плотность ρ = 0,09 кг/м^3, определить его коэффициент теплопроводности κ. Молярная масса водорода $\mu = 2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

5.74 Коэффициент теплопроводности кислорода при t_1 = 100°C равен $\kappa_1 = 3{,}25 \cdot 10^{-2}$ Вт/(м·К). Вычислить коэффициент вязкости η_1 кислорода при этой температуре. Чему будет равен коэффициент теплопроводности, если газ нагреть до t_2 = 600°C? Молярная масса кислорода μ = 0,032 кг/моль.

5.75 Коэффициент теплопроводности гелия в m = 8,7 раза больше, чем у аргона. Найти отношение эффективных диаметров атомов аргона и гелия. Отношение молярных масс аргона и гелия $\mu_{Ar}/\mu_{He} = 10$.

5.76 Углекислый газ и азот находятся при одинаковых температурах и давлениях. Найти для этих газов отношение: а) коэффициентов диффузии; б) коэффициентов теплопроводности; в) коэффициентов вязкости. Диаметры молекул этих газов считать одинаковыми. Молярные массы: углекислого газа $\mu_1 = 44 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, азота $\mu_2 = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

5.77 Какой толщины следовало бы сделать деревянную стену здания, чтобы она давала такую же потерю теплоты, как кирпичная стена толщиной d = 40 см при одинаковой температуре внутри и снаружи здания? Коэффициенты теплопроводности: кирпича κ_1 = 0,7 Вт/(м·К); дерева κ_2 = 0,175 Вт/(м·К).

5.78 Для расчета отопительной системы необходимо найти потерю теплоты S =1 м^2 стены здания в течение времени τ = 1 сутки. Толщина стены d = 50 см, температуры стены внутри и снаружи здания соответственно равны t_1 = 18°C, t_2 = –30°C. Коэффициент теплопроводности материала стены κ = 0,2 Вт/(м·К).

5.79 Акватория Азовского моря составляет $S = 3{,}8 \cdot 10^4$ км^2. Найти, во сколько раз мощность теплового потока, передаваемого водой в атмосферу, превышает мощность электростанции $P = 10^6$ кВт, если море покрыто слоем льда толщиной h = 200 мм, а температура на нижней и верхней поверхностях льда t_1 = 0°C, t_2 = –15°C. Коэффициент теплопроводности льда κ = 2,5 Вт/(м·К).

5.80 Какое количество теплоты теряется за каждый час через окно за счет теплопроводности воздуха, заключенного между рамами? Площадь каждой рамы S = 4 м^2, расстояние между рамами L = 30 см. Температура помещения t_1 = 18°C, температура наружного пространства t_2 = –20°C. Эффективный диаметр молекулы воздуха $d_{эф}$ = 0,3 нм, молярная масса воздуха μ = 0,029 кг/моль. Давление воздуха P_0 = 760 мм рт.ст. Температуру воздуха между рамами считать равной среднему арифметическому температур помещения и наружного пространства.

5.81 Между пластинами, находящимися на расстоянии L = 1 мм друг от друга, находится воздух, и поддерживается разность температур ΔT = 1 К. Площадь каждой пластины S = 100 см^2. Какое количество теплоты передается за счет теплопроводности от одной пластины к другой за τ = 10 мин? Считать, что воздух между пластинами находится при нормальных условиях. Эффективный диаметр молекулы воздуха $d_{эф}$ = 0,3 нм, молярная масса воздуха μ = 0,029 кг/моль.

5.82 Цилиндрический термос с внешним радиусом r_2 = 10 см и внутренним r_1 = 9 см наполнен льдом при температуре t_1 = 0°C. Наружная температура воздуха t_2 = 20°C. При каком предельном давлении воздуха между стенками термоса коэффициент теплопроводности еще будет зависеть от давления? Найти коэффициент теплопроводности воздуха, заключенного между стенками термоса, при давлении P = 0,1 Па. Температуру воздуха между стенками термоса считать равной среднему арифметическому температур льда и окружающего пространства. Эффективный диаметр молекулы воздуха $d_{эф}$ = 0,3 нм, молярная масса воздуха μ = 0,029 кг/моль.

5.83 Цилиндрический термос с внешним радиусом r_2 = 20 см и внутренним r_1 = 18 см наполнен водой при температуре t_1 = 90°C, наружная температура воздуха t_2 = 20°C. Давление в зазоре между стенками термоса P = 10^{-4} мм рт.ст, средняя длина свободного пробега молекул воздуха при этих условиях λ = 0,87 м. Найти коэффициент теплопроводности воздуха, заключенного между стенками. Температуру воздуха, находящегося между стенками термоса, считать равной среднему арифметическому температур воды и окружающего пространства. Молярная масса воздуха μ = 0,029 кг/моль.

5.84 Цилиндрический стеклянный стакан высотой h = 10 см с внешним радиусом r_2 = 3 см и внутренним r_1 = 2,5 см наполнен водой при температуре t_1 = 80°C. Температура воздуха в комнате t_2 = 20°C. Коэффициент теплопроводности стекла κ = 0,7 Вт/(м·К). Какое количество тепла проходит ежеминутно через боковую поверхность стакана?

5.85 Найти зависимости коэффициента теплопроводности κ от температуры T при следующих процессах а) изобарическом, б) изохорическом. Изобразить эти зависимости на графиках.

5.86 Найти зависимости коэффициента теплопроводности κ от давления P при следующих процессах а) изотермическом, б) изохорическом. Изобразить эти зависимости на графиках.

5.87 Давление двухатомного идеального газа вследствие сжатия увеличивается от нормального до давления, большего в m = 5 раз. Определить, как и во сколько раз изменятся средняя длина свободного пробега молекул в газе и коэффициент теплопроводности, если сжатие происходит изотермически.

5.88 Давление одноатомного идеального газа изохорически уменьшили от нормального до давления, меньшего в m = 3 раза. Во сколько раз изменились коэффициенты диффузии и теплопроводности газа?

5.89 Двухатомный идеальный газ адиабатически расширяется до объема в m = 2 раза больше начального. Определить, во сколько раз изменится коэффициент теплопроводности газа.

5.90 Давление одноатомного идеального газа вследствие сжатия увеличивается от нормального до давления, большего в m = 10 раз. Определить, как и во сколько раз изменятся средняя длина свободного пробега молекул в газе и коэффициент теплопроводности, если сжатие происходит адиабатически.

6. РЕАЛЬНЫЕ ГАЗЫ. ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ

Основные понятия и законы

Реальный газ

Уравнение состояния идеального газа Менделеева – Клапейрона (1.11) справедливо лишь при достаточно малых давлениях газа. При больших давлениях необходимо учитывать взаимное притяжение молекул газа и объем, недоступный для движения молекул. Одним из уравнений, описывающих реальный газ, является *уравнение Ван–дер–Ваальса*

$$\left(P+\nu^2\cdot\frac{a}{V^2}\right)(V-\nu b)=\nu RT\,, \qquad (6.1)$$

где $\nu = m/\mu$ – количество газа, P – давление, V – объем, T – абсолютная температура, a – постоянная, учитывающая взаимодействие между молекулами, b – постоянная, учитывающая собственный объем молекул и силы отталкивания между молекулами.

Дополнительное давление, обусловленное силами притяжения молекул,

$$P'=\nu^2\frac{a}{V^2} \qquad (6.2)$$

называют внутренним давлением газа.

Для одного моля (ν = 1 моль) газа уравнение (6.1) принимает вид

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-\nu b)=RT\,. \qquad (6.3)$$

Уравнение Ван–дер–Ваальса может быть применимо для газов при любых давлениях (при малых давлениях оно переходит в уравнение Менделеева–Клапейрона (1.11)), а также для термодинамической системы, состоящей из жидкости и газа.

На рис.6.1 показана изотерма Ван–дер–Ваальса (6.1) (пунктир) и истинная (опытная) изотерма для системы жидкость – газ (сплошная линия). Область слева от объема V_1 отвечает жидкому состоянию, справа от объема V_2 – газообразному состоянию, область 1–2 между значениями объемов V_1 и V_2 – состоянию "жидкость + газ".

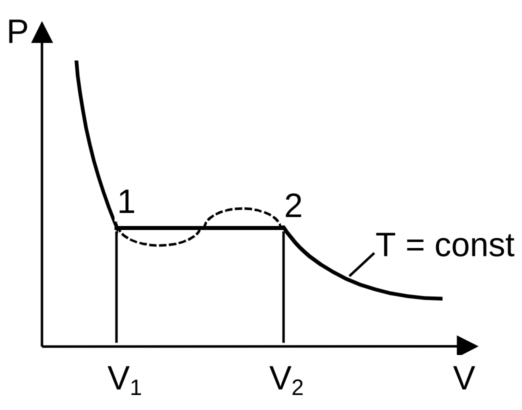


Рис. 6.1

При увеличении значения температуры горизонтальный участок 1–2 изотерм сокращается (см. рис. 6.2), следовательно, уменьшается различие в объемах жидкой и газообразной фазы, т.е. в плотностях жидкости и газа. В пределе горизонтальный участок стягивается в точку К, называемую *критической*. Состояние вещества, соответствующее этой точке, называется критическим состоянием, а параметры вещества в этом состоянии – *критическими параметрами.* Значения критических параметров можно получить из уравнения Ван–дер–Ваальса (6.1)

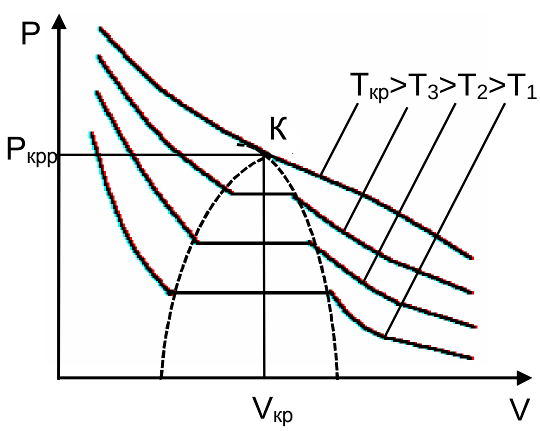


Рис. 6.2

$$P_{kp} = \frac{a}{27b^2}; \quad T_{kp} = \frac{8a}{27bR}; \quad V_{kp} = 3\nu b. \quad (6.4)$$

При температуре T_{kp} плотность газа будет равна плотности жидкости и газ становится неотличим от жидкости.

Из уравнения (6.4) можно получить связь между параметрами газа в критической точке

$$\frac{P_{kp}V_{kp}}{\nu RT_{kp}} = \frac{3}{8}. \quad (6.5)$$

Внутренняя энергия реального газа, описываемого уравнением Ван–дер–Ваальса, состоит из суммы кинетической и потенциальной энергий и выражается формулой

$$U = \nu \cdot C_V^{мол} \cdot T - \nu^2 \cdot \frac{a}{V}, \quad (6.6)$$

где первое слагаемое характеризует энергию хаотического теплового движения молекул (2.13), а второе – потенциальную энергию их взаимодействия. В формуле (6.6) $C_V^{мол}$ – молярная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Фазовые переходы

Фазой в термодинамике называется совокупность однородных одинаковых по всем свойствам частей системы, находящихся в физически различных состояниях. Соответственно переход вещества из одного состояния (фазы) в другое называется фазовым переходом.

На рис.6.3 показана диаграмма состояний вещества. На этой диаграмме кривая ОА соответствует фазовому переходу из твердого состояния в газообразное – сублимации; кривая АК (где К – критическая точка) – переходу из жидкого состояния в газообразное –

испарению, неограниченная кривая вверх от точки А – переходу из твердой вазы в жидкую – плавлению.

В каждой точке кривых на диаграмме состояния находятся в равновесии две фазы вещества. Исключение составляет лишь точка А, в которой в равновесии существуют все три фазы, она носит название *тройной точки.*

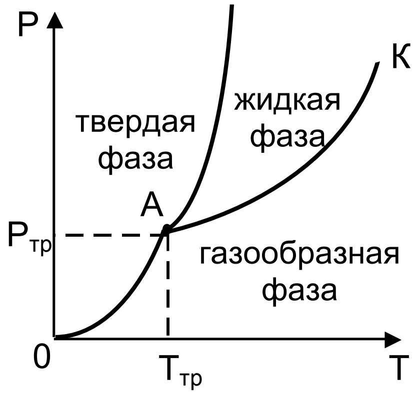


Рис. 6.3

Все рассмотренные фазовые переходы относятся к фазовым переходам первого рода и сопровождаются поглощением или выделением теплоты. Температура Т, при которой происходит фазовый переход первого рода, зависит от внешнего давления Р. Эти параметры связаны уравнением *Клапейрона – Клаузиуса*

$$\frac{dP}{dT} = \frac{q}{T(v_2^{уд} - v_1^{уд})}, \qquad (6.7)$$

где q – удельная теплота фазового перехода, $v_2^{уд}$ и $v_1^{уд}$ – удельные объемы вещества в конечном и начальном состоянии $v^{уд} = V/m$ (m – масса вещества).

Из уравнения (6.7) следует, что знак производной dP/dT определяется возрастанием или уменьшением удельного объема вещества при фазовом переходе. Так, в частности, для воды объем жидкой фазы меньше объема твердой фазы, в этом случае $dP/dT < 0$ и с увеличением давления температура плавления понижается.

Поскольку в ходе фазового перехода температура постоянна, то, согласно (3.7), изменение энтропии может быть определено через удельную теплоту фазового перехода по формуле

$$\Delta S = \frac{qm}{T}. \qquad (6.8)$$

Следовательно уравнение Клапейрона–Клаузиуса (6.7) можно представить в виде

$$\frac{dP}{dT} = \frac{\Delta S}{(V_2 - V_1)}. \qquad (6.9)$$

Примеры решения задач

Задача 6.1 Один моль углекислого газа находится при температуре Т = 300 К. Определить относительную погрешность $\delta = \Delta P/P$, которая будет допущена при вычислении давления, если вместо уравнения Ван–дер–Ваальса воспользоваться уравнением Менделеева – Клапейрона. Вычисления выполнить для двух значений объема: 1) V = 5 л; 2) V = 0,5 л. Постоянные Ван–дер–Ваальса для углекислого газа a = 0,361 Па·м^6/моль^2, b = 4,28·10^{-5} м^3/моль.

Решение

Запишем уравнение Ван–дер–Ваальса (6.3) для одного моля газа

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - \nu b) = RT$$

и выразим из него давление

$$P = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2}.$$

Теперь запишем уравнение Менделеева – Клапейрона для одного моля идеального газа (1.11)

$$P'V = RT$$

и получим

$$P' = \frac{RT}{V}.$$

Абсолютная погрешность определения давления по этому уравнению будет равна

$$\Delta P = P' - P = \frac{RT}{V} - \left(\frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2}\right)$$

Следовательно относительная погрешность

$$\delta = \frac{\Delta P}{P} = \frac{RT/V}{\frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2}} - 1$$

Произведем расчет:

1) для объема V = 5 л

$$\delta = \frac{8{,}31 \cdot 300/(5 \cdot 10^{-3})}{\frac{8{,}31 \cdot 300}{5 \cdot 10^{-3} - 4{,}28 \cdot 10^{-5}} - \frac{0{,}361}{25 \cdot 10^{-6}}} - 1 = 0{,}02;$$

2) для объема V = 0,5 л

$$\delta = \frac{8{,}31 \cdot 300/(5 \cdot 10^{-4})}{\frac{8{,}31 \cdot 300}{5 \cdot 10^{-4} - 4{,}28 \cdot 10^{-5}} - \frac{0{,}361}{25 \cdot 10^{-8}}} - 1 = 0{,}24$$

Задача 6.2 Один моль газа находится в критическом состоянии. Во сколько раз изменится давление газа, если при постоянной температуре увеличить объем газа до значения $V = 3V_{кр}$?

Решение

Запишем уравнение Ван–дер–Ваальса (6.3) для одного моля газа в двух состояниях

$$\left(P_{kp} + \frac{a}{V_{kp}^2}\right)(V_{kp} - b) = RT_{kp}$$

$$\left(P + \frac{a}{9V_{kp}^2}\right)(3V_{kp} - b) = RT_{kp}.$$

Так как температура газа не меняется, получаем

$$\left(P_{kp} + \frac{a}{V_{kp}^2}\right)(V_{kp} - b) = \left(P + \frac{a}{9V_{kp}^2}\right)(3V_{kp} - b).$$

Подставляя значения P_{kp} и V_{kp} согласно формулам (6.4)

$$\left(\frac{a}{27b^2} + \frac{a}{9b^2}\right)2b = \left(P + \frac{a}{81b^2}\right)8b,$$

имеем

$$P = \frac{2a}{81b^2}.$$

Следовательно давление газа уменьшится в

$$\frac{P_{kp}}{P} = \frac{a}{27b^2} : \frac{2a}{81b^2} = 1{,}5 \text{ раза.}$$

Задача 6.3 Найти приращение энтропии одного моля газа при изотермическом изменении его объема от V_1 до V_2, считая что газ подчиняется уравнению Ван–дер–Ваальса.

Решение

Согласно (3.7) изменение энтропии в некотором процессе запишется

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T}.$$

В изотермическом процессе при T = const имеем

$$\Delta S = \frac{1}{T}\int Q = \frac{Q}{T}.$$

Запишем первый закон термодинамики

$$Q = \Delta U + A.$$

Изменение внутренней энергии одного моля реального газа для изотермического процесса найдем по формуле (6.6)

$$\Delta U = U_2 - U_1 = C_V^{мол}(T - T) - \left(\frac{a}{V_2} - \frac{a}{V_1}\right) = a\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right).$$

Работу, совершаемую газом, можно рассчитать по формуле (2.4)

$$A = \int_{V_1}^{V_2} PdV$$

Выразим давление газа из уравнения Ван–дер–Ваальса (6.3) для одного моля

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT; \qquad P = \frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2}$$

и подставим в формулу для работы

$$A = \int_{V_1}^{V_2} \left(\frac{RT}{V - b} - \frac{a}{V^2}\right) dV$$

Для изотермического процесса получаем

$$A = RT\int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V - b} - a\int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V^2} = RT\ln\frac{V_2 - b}{V_1 - b} + a\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right).$$

Следовательно

$$Q = a\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right) + RT\ln\frac{V_2 - b}{V_1 - b} + a\left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1}\right) = RT\ln\frac{V_2 - b}{V_1 - b}.$$

Окончательно изменение энтропии:

$$\Delta S = R\ln\frac{V_2 - b}{V_1 - b}.$$

Задача 6.4 Некоторую массу насыщенного пара изотермически сжали в n раз по объему при постоянном давлении. Найти, какая часть массы вещества находится в жидком состоянии, если удельные объемы насыщенного пара и жидкой фазы отличаются в k раз ($n < k$).

Решение

Объем вещества в конечном состоянии складывается из объема жидкости и ее насыщенного пара

$$V = V_{ж} + V_{н.п.}.$$

По условию задачи

$$\frac{V_{0\,н.п.}}{V} = n \quad \text{или} \quad V = \frac{V_{0\,н.п.}}{n};$$

где $V_{0\,н.п.}$ – начальный объем вещества, полностью находящегося в состоянии насыщенного пара.

Следовательно

$$\frac{V_{0\,н.п.}}{n} = V_{ж} + V_{н.п.}.$$

Запишем $V_{0\,н.п.}$, $V_{ж}$ и $V_{н.п.}$ через соответствующие удельные объемы

$$V_{0\,н.п.} = v_{н.п.}^{уд} m; \quad V_{ж} = v_{ж}^{уд} m_{ж} \quad \text{и} \quad V_{н.п.} = v_{н.п.}^{уд} m_{н.п.},$$

где m – масса всего вещества; $m_ж$ и $m_{н.п.}$ - массы жидкости и насыщенного пара в конечном состоянии.

Тогда

$$\frac{v_{н.п.}^{уд} m}{n} = v_ж^{уд} m_ж + v_{н.п.}^{уд} m_{н.п.}.$$

По условию задачи

$$\frac{v_{н.п.}^{уд}}{v_ж^{уд}} = k \quad \text{или} \quad v_ж^{уд} = \frac{v_{н.п.}^{уд}}{k}.$$

Подставляя в предыдущую формулу и сокращая на $v_{н.п.}^{уд}$, имеем

$$\frac{m}{n} = \frac{m_ж}{k} + m_{н.п.}.$$

Поскольку $m_{н.п.} = m - m_ж$, получаем

$$\frac{m}{n} = \frac{m_ж}{k} + m - m_ж,$$

откуда

$$\frac{m_c}{m} = \frac{(n-1)\cdot k}{(k-1)\cdot n}.$$

Задача 6.5 Какая часть теплоты испарения воды при температуре T = 373 К идет на увеличение внутренней энергии системы? Удельная теплота испарения воды в этих условиях $q = 22{,}6\cdot10^5$ Дж/кг. Пар считать идеальным газом. Молярная масса воды $\mu = 0{,}018$ кг/моль.

Решение

Запишем первый закон термодинамики для процесса испарения

$$Q = \Delta U + A$$

откуда

$$\Delta U = Q - A.$$

Тепло, необходимое для испарения некоторой массы m воды

$$Q = qm.$$

Работа, совершаемая в процессе парообразования (при постоянном давлении)

$$A = P(V_п - V_ж),$$

где $V_п$ и $V_ж$ – объем некоторой массы m в газообразном и жидком состоянии. Поскольку $V_п >> V_ж$, получаем

$$A = PV_п.$$

Считая пар идеальным газом, запишем

$$PV_п = \frac{m}{\mu}RT \quad \text{и} \quad A = \frac{m}{\mu}RT.$$

Следовательно

$$\Delta U = qm - \frac{m}{\mu}RT$$

и искомая величина запишется

$$\frac{\Delta U}{Q} = 1 - \frac{RT}{q\mu} = 1 - \frac{8{,}31 \cdot 373}{22{,}6 \cdot 10^5 \cdot 18 \cdot 10^{-3}} = 0{,}92.$$

Задача 6.6 Найти давление насыщенного водяного пара при температуре T = 374 К. Считать пар идеальным газом, а удельный объем жидкости много меньше удельного объема пара. Удельную теплоту испарения воды принять равной $q = 2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг. Молярная масса воды $\mu = 0{,}018$ кг/моль.

Решение

Из опытных данных известно, что при $T_0 = 373$ К давление насыщенных паров воды $P_0 = 10^5$ Па. Поскольку интервал температур мал, предположим, что мало и изменение давления насыщенных паров. Тогда можно записать уравнение Клапейрона – Клаузиуса (6.7) в виде

$$\frac{\Delta P}{\Delta T} = \frac{q}{T_0(v^{\text{уд}}_{\text{н.п.}} - v^{\text{уд}}_{\text{ж}})} \cong \frac{q}{T_0 v^{\text{уд}}_{\text{н.п.}}}.$$

Уравнение Менделеева – Клапейрона для идеального газа

$$P_0 V_{\text{н.п.}} = \frac{m}{\mu}RT_0,$$

откуда

$$v^{\text{уд}}_{\text{н.п.}} = \frac{V_{\text{н.п.}}}{m} = \frac{RT_0}{P_0\mu}.$$

Следовательно

$$\frac{P - P_0}{T - T_0} = \frac{qP_0\mu}{RT_0^2}$$

и

$$P = P_0\left[1 + \frac{q\mu(T - T_0)}{RT_0^2}\right] = 10^5 \cdot \left[1 + \frac{2{,}26 \cdot 10^6 \cdot 0{,}018 \cdot 1}{8{,}31 \cdot 373^2}\right] = 1{,}035 \cdot 10^5 \text{п€}.$$

Задача 6.7 Давление насыщенных паров воды при температурах T_1 = 277 К и T_2 = 281 К равно соответственно P_1 = 6,10 мм рт. ст. и P_2 = 8,04 мм рт. ст. Считая пар идеальным газом, найти среднее значение молярной теплоты испарения воды в указанном интервале температур.

Решение

Запишем уравнение Клапейрона – Клаузиуса (6.7) для молярной теплоты испарения $q^{\text{мол}}$

$$\frac{dP}{dT} = \frac{q^{мол}}{T(V_{н.п}^{мол} - V_{ж}^{мол})}.$$

Полагая, что молярный объем насыщенного пара $V_{н.п.}^{мол}$ значительно больше, чем молярный объем воды $V_{ж}^{мол}$, получим

$$\frac{dP}{dT} \cong \frac{q^{мол}}{TV_{н.п.}^{мол}}.$$

Молярный объем пара найдем из уравнения Менделеева – Клапейрона для идеального газа

$$PV_{н.п.} = \nu RT; \quad следовательно \quad V_{н.п.}^{мол} = \frac{V_{н.п.}}{\nu} = \frac{RT}{P}.$$

Получаем

$$\frac{dP}{dT} = \frac{q^{мол}P}{RT^2}.$$

Разделяя переменные, проинтегрируем это выражение

$$\int_{P_1}^{P_2} \frac{dP}{P} = \frac{q^{мол}}{R} \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T^2}.$$

Имеем

$$\ln\frac{P_2}{P_1} = \frac{q^{мол}}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right).$$

Итак, среднее значение молярной теплоты испарения воды в заданном интервале температур и давлений равно

$$q^{мол} = \frac{R\ln(P_2/P_1)}{\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)} = \frac{8{,}31 \cdot \ln(8{,}04/6{,}10)}{\left(\frac{1}{277} - \frac{1}{281}\right)} = 4{,}46 \cdot 10^4 \frac{Дж}{моль}.$$

Задачи для самостоятельного решения

6.8 В баллоне объемом V = 8 л находится m = 0,3 кг кислорода. Найти, какую часть η объема сосуда занимает собственный объем молекул газа. Постоянная Ван–дер–Ваальса для кислорода $b = 3{,}17 \cdot 10^{-5}$ м^3/моль, молярная масса $\mu = 32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

6.9 На какую величину возросло бы давление воды на стенки сосуда, если бы исчезли силы притяжения между ее молекулами? Постоянная Ван–дер–Ваальса для воды a = 0,545 Па·м^6/моль^2, плотность ρ = 1000 кг/м^3, молярная масса $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

6.10 В сосуде объемом V = 10 л находится m = 0,25 кг азота при температуре T = 300 К. Какую часть давления газа составляет давление, обусловленное силами взаимодействия молекул? Постоянные Ван–дер–Ваальса для азота $a = 0{,}135$ Па·м^6/моль^2, $b = 3{,}86\cdot10^{-5}$ м^3/моль; молярная масса азота $\mu = 28\cdot10^{-3}$ кг/моль.

6.11 При какой температуре $\nu = 1$ кмоль аргона будет занимать объем $V = 0{,}1$ м^3, если его давление равно $P = 30\cdot10^6$ Па? Постоянные Ван–дер–Ваальса для аргона $a = 0{,}134$ Па·м^6/моль^2, $b = 3{,}22\cdot10^{-5}$ м^3/моль.

6.12 Один киломоль кислорода занимает объем $V = 0{,}056$ м^3 при давлении $P = 92$ МПа. Найти температуру газа. Постоянные Ван–дер–Ваальса для кислорода $a = 0{,}136$ Па·м^6/моль^2, $b = 3{,}17\cdot10^{-5}$ м^3/моль.

6.13 Определить давление, которое будет производить $\nu = 1$ моль кислорода, если он занимает объем $V = 0{,}5$ л при температуре $T = 300$ К. Сравнить полученный результат с давлением, вычисленным по уравнению Менделеева – Клапейрона. Постоянные Ван–дер–Ваальса для кислорода $a = 0{,}136$ Па·м^6/моль^2, $b = 3{,}17\cdot10^{-5}$ м^3/моль.

6.14 В сосуде объемом $V = 0{,}3$ л находится $\nu = 1$ моль углекислого газа при температуре $T = 300$ К. Определить давление газа: 1) по уравнению Менделеева – Клапейрона; 2) по уравнению Ван–дер–Ваальса. Постоянные Ван–дер–Ваальса для углекислого газа $a = 0{,}361$ Па·м^6/моль^2, $b = 4{,}28\cdot10^{-5}$ м^3/моль.

6.15 Для водорода силы взаимодействия между молекулами незначительны, преимущественную роль играют собственные размеры молекул. Написать уравнение состояния такого газа. Найти, относительную погрешность, которая будет допущена при расчете количества водорода ν, находящегося в некотором объеме при температуре $T = 273$ К и давлении $P = 28$ МПа, если не учитывать собственный объем молекул. Постоянная Ван–дер–Ваальса для кислорода $b = 3{,}17\cdot10^{-5}$ м^3/моль.

6.16 Давление кислорода $P = 7$ МПа, его плотность $\rho = 100$ кг/м^3 Найти температуру кислорода. Постоянные Ван–дер–Ваальса для кислорода $a = 0{,}136$ Па·м^6/моль^2, $b = 3{,}17\cdot10^{-5}$ м^3/моль; молярная масса $\mu = 0{,}032$ кг/моль.

6.17 Внутреннюю полость толстостенного стального баллона наполовину заполнили водой при комнатной температуре. После этого баллон герметически закупорили и нагрели до температуры $T = 650$ К. Определить давление P водяного пара в баллоне при этой температуре. Постоянные Ван–дер–Ваальса для воды $a = 0{,}545$ Па·м^6/моль^2, $b = 3{,}04\cdot10^{-5}$ м^3/моль; плотность воды $\rho = 1000$ кг/м^3, молярная масса $\mu = 18\cdot10^{-3}$ кг/моль.

6.18 В закрытом сосуде объемом $V = 0{,}5$ м^3 находится $\nu = 0{,}6$ киломоля углекислого газа при давлении $P_1 = 3\cdot10^6$ Па. Найти, во сколько раз надо увеличить температуру газа, чтобы давление увеличилось вдвое. Постоянная Ван–дер–Ваальса для углекислого газа a = 0,361 Па·м^6/моль^2.

6.19 Вычислить постоянные a и b в уравнении Ван–дер–Ваальса для азота, если известны критические температура $T_{кр}$ = 126 К и давление $P_{кр}$ = 3,39 МПа.

6.20 Найти критический объем кислорода массой m = 0,5 г. Постоянная Ван–дер–Ваальса для кислорода b = 3,17·10^{-5} м^3/моль. Молярная масса кислорода μ = 0,032 кг/моль.

6.21 Найти удельный объем бензола (C_6H_6) в критическом состоянии, если его критическая температура $T_{кр}$ = 562 К, критическое давление $P_{кр}$ = 7,3·10^6 Па. Молярная масса бензола μ = 0,078 кг/моль.

6.22 Найти плотность азота в критическом состоянии, считая известными $T_{кр}$ = 126 К, $P_{кр}$ = 3,39·10^6 Па, молярная масса азота μ = 0,028 кг/моль.

6.23 Определить наибольший объем V_{max}, который может занимать вода в количестве ν = 1 моль. Критические параметры для воды $T_{кр}$ = 647 К, $P_{кр}$ = 22,1 МПа.

6.24 Найти давление, обусловленное силами взаимодействия молекул, заключенных в одном киломоле газа, находящегося при нормальных условиях. Критическая температура и критическое давление этого газа равны соответственно $T_{кр}$ = 417 К, $P_{кр}$ = 76·10^5 Па.

6.25 Во сколько раз концентрация $n_{кр}$ молекул азота в критическом состоянии больше концентрации n_0 молекул при нормальных условиях? Постоянная Ван–дер–Ваальса для азота b = 3,86·10^{-5} м^3/моль.

6.26 Какую часть объема сосуда должен занимать жидкий эфир при комнатной температуре, чтобы он при достижении критической температуры оказался в критическом состоянии? Критические параметры для эфира: температура $T_{кр}$ = 467 К, давление $P_{кр}$ = 35,5·10^5 Па; молярная масса эфира μ = 0,074 кг/моль; плотность жидкого эфира ρ = 700 кг/м^3.

6.27 ν = 1 моль газа находится при критической температуре и занимает объем в три раза превышающий критический объем $V_{кр}$. Во сколько раз давление P газа в этом состоянии меньше критического давления $P_{кр}$.

6.28 Найти, во сколько раз давление одного моля газа P больше его критического давления $P_{кр}$, если известно, что его объем и температура вдвое больше критических значений этих величин.

6.29 Один моль углекислого газа находится в критическом состоянии. При изобарном нагревании газа его объем увеличился в 2 раза. Определить, до какой температуры нагрели газ. Постоянные

Ван–дер–Ваальса для углекислого газа $a = 0{,}361$ Па·м^6/моль^2, $b = 4{,}28\cdot10^{-5}$ м^3/моль.

6.30 $\nu = 1$ моль газа находится в критическом состоянии. Во сколько раз возрастет давление газа, если его температуру изохорно увеличить в два раза?

6.31 $\nu = 0{,}5$ кмоль трехатомного газа адиабатически расширяется в пустоту от $V_1 = 0{,}5$ м^3 до $V_2 = 3$ м^3. Температура газа при этом понижается на $\Delta T = 12{,}2$ К. Найти из этих данных постоянную a, входящую в уравнение Ван–дер–Ваальса.

6.32 В сосуде объемом $V_1 = 1$ л находится $m = 10$ г азота. Определить изменение ΔT температуры азота при его адиабатическом расширении в пустоту до объема $V_2 = 10$ л. Постоянная Ван–дер–Ваальса для азота $a = 0{,}135$ Па·м^6/моль^2, молярная масса азота $\mu = 28\cdot10^{-3}$ кг/моль.

6.33 Один моль азота расширился при постоянной температуре $T = 300$ К, при этом объем увеличился от $V_1 = 1{,}5$ л до $V_2 = 15$ л. Считая, что выполняется условие $V^{мол} >> b$, определить работу расширения газа. Постоянная Ван–дер–Ваальса для азота $a = 0{,}135$ Па·м^6/моль^2.

6.34 Объем углекислого газа массой $m = 0{,}1$ кг увеличился от $V_1 = 1$ м^3 до $V_2 = 10$ м^3. Найти работу внутренних сил взаимодействия молекул при расширении. Постоянная Ван–дер–Ваальса для углекислого газа $a = 0{,}361$ Па·м^6/моль^2, молярная масса углекислого газа $\mu = 0{,}044$ кг/моль.

6.35 Газообразный хлор массой $m = 7{,}1\cdot10^{-3}$ кг находится в сосуде объемом $V_1 = 10^{-4}$ м^3. Какое количество теплоты Q необходимо подвести к хлору, чтобы при его расширении в пустоту до объема $V_2 = 10^{-3}$ м^3 температура газа осталась неизменной? Постоянная Ван–дер–Ваальса для хлора $a = 0{,}650$ Па·м^6/моль^2, молярная масса хлора $\mu = 0{,}071$ кг/моль.

6.36 Найти внутреннюю энергию углекислого газа массой $m = 0{,}132$ кг при нормальных условиях рассматривая газ 1) как идеальный; 2) как реальный. Постоянная Ван–дер–Ваальса для углекислого газа $a = 0{,}361$ Па·м^6/моль^2, молярная масса углекислого газа $\mu = 0{,}044$ кг/моль.

6.37 Кислород, содержащий количество вещества $\nu = 1$ моль, находится в объеме $V = 0{,}2$ л при температуре $T = 350$ К. Найти относительную погрешность δ в вычислении внутренней энергии газа, если газ рассматривать, как идеальный. Постоянная Ван–дер–Ваальса для кислорода $a = 0{,}136$ Па·м^6/моль^2.

6.38 Определить изменение ΔU внутренней энергии одного моля неона при изотермическом увеличении его объема от V_1 = 1 л до V_2 = 5 л. Постоянная Ван–дер–Ваальса для неона a = 1,209 Па·м^6/моль^2.

6.39 Один моль кислорода, занимавший при температуре T = 173 K объем V_1 = 1 л, расширился изотермически до объема V_2 = 9,7 л. Найти изменение внутренней энергии ΔU газа и работу A, совершенную газом. Постоянные Ван–дер–Ваальса для кислорода: a = 0,136 Па·м^6/моль^2; b = 3,17·10^{-5} м^3/моль.

6.40 Один моль азота, имевший объем V_1 = 1 л и температуру T_1 = 300 K, переведен в состояние с объемом V_2 = 5 л и температурой T_2 = 450 K. Найти приращение энтропии в этом процессе. Постоянная Ван–дер–Ваальса для азота b = 3,86·10^{-5} м^3/моль.

6.41 На рис. 6.4 дана изотерма некоторого вещества, соответствующая переходу жидкость $\rightarrow$ пар при температуре T = 450 K. Давление насыщенного пара $P_{н.п.}$ = 10^6 Па, объемы V_1 = 0,02 л, V_2 = 10 л, масса вещества m = 15 г, удельная теплота испарения q = 10^6 кг/Дж. Найти в процессе 1–2: 1) работу, совершаемую веществом; 2) количество теплоты, подведенное к веществу; 3) изменение внутренней энергии вещества; 4) изменение энтропии.

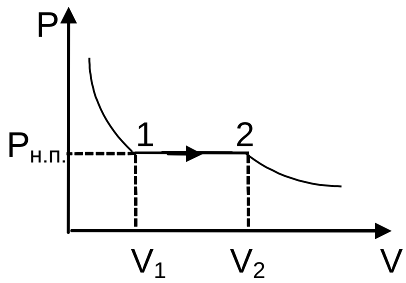


Рис.6.4

6.42 Некоторую массу вещества, взятого в состоянии насыщенного пара, изотермически сжали в n раз по объему. Найти, какую часть η конечного объема занимает жидкая фаза, если удельные объемы насыщенного пара и жидкой фазы отличаются друг от друга в N раз (N > n).

6.43 Вода со своим насыщенным паром находится в сосуде объемом V = 6 л, при этом удельный объем пара равен $v_п^{уд}$ = 5·10^{-2} м^3/кг. Масса воды с паром m = 5 кг. Найти массу и объем пара. Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3.

6.44 Вода со своим насыщенным паром находится в сосуде объемом V = 10 л при температуре t = 250°C и давлении P = 40·10^5 Па. Масса воды с паром m = 8 кг. Считая пар идеальным газом, найти отношение объемов воды и пара в сосуде. Плотность воды ρ = 1000 кг/м^3, молярная масса воды μ = 0,018 кг/моль.

6.45 В цилиндре под поршнем в объеме V_0 = 5 л находится насыщенный водяной пар, температура которого T = 373 K. Найти массу жидкой фазы, образовавшейся в результате изотермического уменьшения объема под поршнем до V = 1,6 л, считая насыщенный пар идеальным газом. Объемом, занимаемым водой, при расчетах пренебречь. Молярная масса воды μ = 0,018 кг/моль.

6.46 Вода массой m = 1 кг, кипящая при нормальном атмосферном давлении, целиком превратилась в насыщенный пар. Найти приращение энтропии и внутренней энергии этой системы, считая пар идеальным газом. Удельная теплота парообразования воды $q = 2{,}26\cdot10^6$ Дж/кг, молярная масса воды $\mu = 0{,}018$ кг/моль.

6.47 Вода массой m = 20 г находится при температуре T = 273 К в теплоизолированном цилиндре под невесомым поршнем, площадь которого S = 410 $см^2$. Внешнее давление нормальное. Пренебрегая теплоемкостью цилиндра, найти, на какую высоту поднимется поршень, если воде сообщить количество теплоты Q = 20 кДж. Пар считать идеальным газом. Молярная масса воды $\mu = 0{,}018$ кг/моль, удельная теплота парообразования воды $q = 2{,}26\cdot10^6$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $c^{уд} = 4200$ Дж/(кг·К).

6.48 В теплоизолированным цилиндре под невесомым поршнем находится $m_1 = 1$ г насыщенного водяного пара. Наружное давление нормальное. В цилиндр ввели $m_2 = 1$ г воды при температуре $T_2 = 295$ К. Пренебрегая теплоемкостью цилиндра и трением, найти работу сил атмосферного давления при опускании поршня. Пар считать идеальным газом. Молярная масса воды $\mu = 0{,}018$ кг/моль, удельная теплота парообразования воды $q = 2{,}26\cdot10^6$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $c^{уд} = 4200$ Дж/(кг·К).

6.49 Найти удельный объем насыщенного водяного пара при нормальном давлении, если известно, что уменьшение давления на $\Delta P = 3{,}2$ кПа приводит к уменьшению температуры кипения воды на $\Delta T = 0{,}9$ К. Считать, что удельный объем жидкости много меньше удельного объема пара. Среднее значение удельной теплоты парообразования воды $q = 2{,}26\cdot10^6$ Дж/кг.

6.50 Найти изменение температуры плавления льда вблизи $t = 0°C$ при повышении давления на $\Delta P = 10^5$ Па, если удельный объем льда на $\Delta v^{уд} = 0{,}091$ $см^3$/г больше удельного объема воды. Удельная теплота плавления льда q = 334 Дж/г.

6.51 Давление насыщенных паров ртути при температурах $T_1 = 373$ К и $T_2 = 393$ К равно соответственно $P_1 = 0{,}28$ мм рт. ст. и $P_2 = 0{,}76$ мм рт. ст. Найти среднее значение удельной теплоты испарения ртути в указанном интервале температур. Молярная масса ртути $\mu = 0{,}2$ кг/моль.

6.52 Найти повышение температуры кипения воды при увеличении давления ее насыщенного пара на одну избыточную атмосферу вблизи точки кипения воды при нормальных условиях. Пар считать идеальным газом. Удельная теплота испарения воды в этих условиях $q = 22{,}6\cdot10^5$ Дж/кг, молярная масса воды $\mu = 0{,}018$ кг/моль.

6.53 Температура кипения бензола (C_6H_6) при $P_1 = 0{,}1$ МПа равна $T_1 = 353{,}2$ К. Найти давление насыщенных паров бензола при температуре T_2 = 288,6 К, если среднее значение удельной теплоты испарения его в данном интервале температур равно $q = 4 \cdot 10^5$ Дж/кг, молярная масса бензола μ = 0,082 кг/моль. Пары бензола считать идеальным газом.

6.54 Давление насыщенных паров этилового спирта (C_5H_5OH) при T_1 = 341 К равно P_1 = 509 мм рт. ст., а при T_2 = 313 К – P_2 = 133 мм рт. ст. Считая пары спирта идеальным газом, найти изменение энтропии при испарении m = 1 г этилового спирта, находящегося при T = 323 К. Молярная масса спирта μ = 0,082 кг/моль.

6.55 Изменение энтропии при плавлении ν = 1 кмоля льда равно ΔS = 22,2 кДж/К. Найти, на сколько изменится температура плавления льда при увеличении давления на $\Delta P = 10^5$ Па. Плотность воды $\rho_в$ = 1000 кг/м^3, плотность льда $\rho_л$ = 900 кг/м^3. молярная масса μ = 0,018 кг/моль.

6.56 Изменение энтропии при испарении ν = 1 кмоля некоторой жидкости, находящейся при температуре T_1 = 323 К, равно ΔS = 133 Дж/К. Давление насыщенных паров той же жидкости при T_1 = 323 К $P_{н1}$ = 92 мм рт. ст. Считая пар идеальным газом, определить на сколько меняется давление насыщенных паров этой жидкости при изменении температуры от T_1 = 323 К до T_2 = 324 К.

6.57 Лед массой m = 1 кг с начальной температурой t_1 = 0°С в результате нагревания превратили сначала в воду, а затем в пар при температуре t_2 = 100°С. Найти приращение энтропии системы. Удельная теплота плавления льда $q_1 = 3{,}33 \cdot 10^5$ Дж/кг, удельная теплота испарения воды при t_2 = 100°С – $q_2 = 2{,}26 \cdot 10^6$ Дж/кг, удельная теплоемкость воды $c^{уд}$ = 4200 Дж/(кг·К).

ОТВЕТЫ К ЗАДАЧАМ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Идеальный газ

1.10 $N = \frac{m}{\mu} N_A = 7{,}52 \cdot 10^{22}$; $n = N/V = 2{,}5 \cdot 10^{25}$ м$^{-3}$

1.11 $N = PV/kT = 1{,}81 \cdot 10^{14}$; $\nu = N/N_A = 0{,}3 \cdot 10^{-9}$ моль

1.12 $N = \frac{4m}{3\mu} N_A = 2{,}87 \cdot 10^{20}$

1.13 $\mu = \frac{\rho V}{\nu} = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль - азот

1.14 $m = \frac{n\mu V}{N_A} = 0{,}25$ г

1.15 $d = \sqrt[3]{\frac{\mu}{\rho N_A}} = 4 \cdot 10^{-10}$ м

1.16 $d = \sqrt[3]{\frac{V}{N_1 + N_A(\nu_2 + m_3/\mu_3)}} = 1{,}9 \cdot 10^{-9}$ м

1.17 $\frac{N_B}{N} = \frac{\rho V N_A}{\mu N} = 1{,}9 \cdot 10^{19}$

1.18 $\tau = \frac{nH\pi d^2}{4(\Delta N/\Delta t)} = 942$ с

1.19 $\nu = \frac{1{,}3PV}{RT} = 0{,}064$ моль, где $P_0 = 10^5$ Па, $T_0 = 273$ К

1.20 $N = \frac{m}{\mu} N_A = 1{,}2 \cdot 10^{24}$, $E = \frac{3}{2} PV = 1{,}2$ кДж

1.21 Уменьшилась на $\Delta T = \frac{(k-1)T_0}{k} = 66{,}7$ К

1.22 $\langle \varepsilon \rangle = \frac{3PV}{2\nu N_A} = 1{,}24 \cdot 10^{-20}$ Дж

1.23 $N = \frac{PV}{kT} = 4{,}83 \cdot 10^{19}$; $\langle E \rangle = \frac{3}{2} PV = 0{,}3$ Дж

1.24 $v_{ср.кв.2} = v_{ср.кв.1} \sqrt{\frac{\mu_1}{\mu_2}} = 492$ м/с

1.25 Увеличится на $\Delta P/P = 44\%$

1.26 Увеличилась в $\sqrt{k} = 4$ раза

1.27 $P = \frac{\rho v^2_{ср.кв.}}{3} = 10^4$ Па

1.28 $N = \frac{m v^2_{ср.кв.} N_A}{3RT} = 1{,}9 \cdot 10^{23}$

1.29 $t_2 = 91^0C$

1.30 m = 1,2 т

1.31 $F = \frac{P_0 LS}{h} = 32$ кН

1.32 $\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{T_2}{T_1} = 1{,}07$

1.33 $\mu = 0{,}004$ кг/моль – гелий

1.34 $T_2 = \frac{mT_1}{\rho_2 V} = 1400$ К

1.35 $V_1 = 2{,}4$ л, $T_2 = 1170$К, $\rho_1 = 4{,}14$ кг / м^3, $\rho_2 = 1$кг / м^3

1.36 $T_1 = \frac{\Delta T}{\alpha} = 300$ К

1.37 $\Delta T = T(n-1) = 1980$ К

1.38 На $\eta = T_2 / T_1 - 1 = 0{,}115 = 11{,}5\%$

1.39 $m_2 = m_1 \frac{\mu_2 T_1}{n\mu_1 T_2} = 1$кг

1.40 $P_2 = P_1(1-\alpha)\frac{T_2}{T_1} = 5{,}46 \cdot 10^4$ Па

1.41 $N = \frac{\Delta PV}{kT} = 1{,}2 \cdot 10^{23}$

1.42 $V = \frac{\Delta m}{\alpha \rho} = 0{,}1$м^3

1.43 $V = \frac{\Delta m T_1 T_2 R}{\mu P_0 (T_2 - T_1)} = 1{,}1 \cdot 10^{-3}$ м^3

1.44 $\alpha = 1 - T_1 / T_2 = 0{,}17$

1.45 $V = \frac{\Delta m R T_0 T}{\mu P_0 (T - T_0)} = 10^3$ м^3

1.46 $T_1 = \Delta T / 0{,}08 = 200$ К

1.47 Уменьшилось на $\eta = 1 - \frac{(1+\alpha)(1+\beta)}{1+\gamma}$=0,06 = 6%

1.48 Уменьшилась на $\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{\mu}{mR}[V_1(P_2 - P_1) - P_2 \Delta V] = 48$ К

1.49 Уменьшился на $\Delta V = V_1 \frac{P_0 T - P T_0}{P T_0} = 3500$ м^3; $P_0 = 10^5$ Па, $T_0 = 273$ К

1.50 $t = \frac{\alpha m R T}{\mu P_0 S v} = 17{,}3$ часа

1.51 $v_{ср.} = \frac{mRT}{\mu P S t} = 9$ м/с

1.52 $\Delta t = \frac{\mu P V}{\Delta m R T} = 2{,}6$ часа

1.53 $P = \frac{P_0 n V_0}{V} = 3 \cdot 10^5$ Па

1.54 $n = \frac{V}{V_0}(\frac{P}{P_0} - 1) = 20$ качаний

1.55 $n = k(\frac{P}{P_0} - 1) = 120$ качаний

1.56 $P_0 = \frac{3}{2} P = 24$ кПа

1.57 $\frac{V_{сосуда}}{V_{цилиндра}} = \frac{1}{(P_0 / P)^{1/3} - 1} = 0{,}37$

1.58 $P = P_0 \exp\left(-\frac{Ct}{V}\right)$

1.59 $t = \frac{V}{C} \ln \eta = 60$ с

1.60 $T_4 = \frac{1}{2} T_1 \frac{V_4}{V_2} = 300$ К

1.62 $T_2 = T_0 \frac{V_1 P_2}{V_0 P_0}$

1.63 $V_к / V_н = 2$

1.64 $P_4 = \frac{P_1 V_1 T_3}{T_1 V_4} = 1{,}6 \cdot 10^6$ Па

1.65 $\Delta h = \frac{m R \Delta T}{\mu (Mg + P_0 S)} = 2{,}7$ см

1.66 $M = \frac{m R \Delta T / \mu - P_0 h S}{gh} = 8{,}2$ кг

1.67 $m_{груза} = M + \frac{P_0 S}{g} = 26$ кг

1.68 $\Delta T = \frac{(P_0 S + mg) \Delta L}{\nu R} = 1$ К

1.69 $T/T_0 = nm = 3$

1.70 $\alpha = \dfrac{m_2\mu_1}{m_1\mu_2 + m_2\mu_1} = \dfrac{1}{3}$

1.71 $\mu_2 = \dfrac{\mu_1 L_1}{L_0 - L_1} = 0{,}004$ кг/моль

1.72 $\Delta h = \dfrac{V_1 V_2 \Delta T}{\pi r^2 [V_1 T + V_2 (T + \Delta T)]} = 6{,}7 \cdot 10^{-4}$ м

1.73 $T = 4T_0 = 1200$ К

1.74 $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{mL}{2P_0 S}}$

1.75 $\mu_{возд} = \dfrac{\mu_1\mu_2}{\alpha_1\mu_2 + \alpha_2\mu_1} = 28{,}7 \cdot 10^{-3}$ кг/моль

1.76 $P = 0{,}2$ МПа, $\mu = \dfrac{\nu_1\mu_1 + \nu_2\mu_2 + \nu_3\mu_3}{\nu_1 + \nu_2 + \nu_3} = 36{,}7 \cdot 10^{-3}$ кг/моль

1.77 $\dfrac{m_1}{m_2} = \dfrac{\mu_1(\mu_2 PV - mRT)}{\mu_2(mRT - \mu_1 PV)} = 0{,}46$

1.78 $\rho = \dfrac{9\mu_1\mu_2 P}{(8\mu_1 + \mu_2)RT} = 0{,}481$ кг/м^3

1.79 $P_1 = \dfrac{\alpha_1\mu_2 P}{(1-\alpha_1)\mu_1 + \alpha_1\mu_2} = 0{,}18$ МПа; $P_2 = P - P_1 = 0{,}82$ МПа

1.80 $P = \dfrac{m_1 + m_2}{m_1/P_1 + m_2/P_2} = 2 \cdot 10^5$ Па

1.81 $P = \dfrac{mRT}{\mu V}(1+\alpha) = 1{,}9 \cdot 10^5$ Па

1.82 $P_0 = \dfrac{P}{1+\alpha} = 83$ кПа

1.83 $\eta = \dfrac{k}{n} - 1 = 0{,}05 = 5\%$

1.84 $P_1/P_2 = 0{,}75$

1.85 $h = 7P_0/\rho g = 71{,}4$ м

1.86 $V_1 = \dfrac{V(P_0 + \rho gh)}{P_0} = 13{,}6$ л

1.87 $\Delta h = \dfrac{P_0/\rho g + L}{2} - \sqrt{\dfrac{(P_0/\rho g + L)^2}{4} - \dfrac{P_0 L (T_1 - T_2)}{\rho g T_1}} = 4{,}6$ см

1.88 $L_0 = \dfrac{(P_0 - \rho g \frac{h}{2})(L - \frac{h}{2})}{P_0 + \rho gh}$

1.89 $L=\dfrac{H+L_0-\sqrt{H^2+L_0{}^2}}{2}$

1.90 $T_2=T_1\dfrac{\rho S(h-h_2)+m}{\rho S(h-h_1)+m}$

1.91 $P=P_0\dfrac{\mu_2}{\mu_1}-\dfrac{mRT}{\mu_1 V}=3{,}2\cdot 10^5$ Па

1.92 $M=\dfrac{P_0V}{RT}[(1-\alpha)\mu_2-\mu_1]=385$ кг

1.93 $P_1=P_2\sqrt{\dfrac{T_1}{T_2}}=2\cdot 10^5$ Па

1.94 $T_1=3T_2=300$ К

1.95 $P_2=\dfrac{P_1}{n}=0{,}2\cdot 10^5$ Па

1.96 $T_{max}=\dfrac{2P_0^{3/2}}{3R\sqrt{3\alpha}}$

1.97 $T_{max}=\dfrac{P_0}{Re\beta}$

1.98 $T_2=T_1\dfrac{V_2^2}{V_1^2}$

1.99 $V_3=\dfrac{V_2^2}{V_1}$

1.100 $T_2=\sqrt{T_1T_3}=346$ К

2. Первое начало термодинамики

2.11 $U=\dfrac{3}{2}\dfrac{m}{\mu}RT=9{,}35\cdot 10^5$ Дж

2.12 $U=\dfrac{3}{2}(P_0+\dfrac{Mg}{S})V=660$ Дж

2.13 $\Delta U=\dfrac{3}{2}P_0V(\dfrac{1}{n}-1)=-900$ Дж

2.14 $\Delta U=\dfrac{3}{2}\dfrac{m}{\mu}RT_1(\dfrac{1}{n}-1)=-4{,}67\cdot 10^5$ Дж

2.15 $T_1=\dfrac{2\Delta U}{3\nu R(n-1)}=241$ К

2.16 $U_2=1{,}5$ кДж; $\Delta U=0$

2.17 $T_2=\left[\dfrac{4RT_1}{P_0\pi d^2+4mg}-h\right]\dfrac{P_0\pi d^2+4(M+m)g}{4R}=316$ К; $\Delta U=\dfrac{3}{2}R(T_2-T_1)=133$ Дж

2.18 $\Delta U = 5{,}25P_0V_0 = 1{,}05$ кДж

2.19 $\Delta U = \dfrac{3}{2}\nu RT_1(V_1/V_2 - 1) = 2{,}5\cdot 10^6$ Дж

2.20 $\langle \varepsilon_i \rangle = 6{,}9\cdot 10^{-21}$ Дж; $\langle \varepsilon_{пост} \rangle = 20{,}7\cdot 10^{-20}$ Дж;

$\langle \varepsilon_{вращ} \rangle = 13{,}8\cdot 10^{-20}$ Дж; $\langle \varepsilon \rangle = 34{,}5\cdot 10^{-20}$ Дж

2.21 $\langle E \rangle = 3{,}67$ кДж; $\langle E_{пост} \rangle = 0{,}6\langle E \rangle$; $\langle E_{вращ} \rangle = 0{,}4\langle E \rangle$

2.22 $\langle E \rangle = 0{,}2$ кДж

2.23 $\langle E_{пост} \rangle = 125$ Дж; $\langle E_{вращ} \rangle = 83{,}1$ Дж

2.24 $\langle E \rangle = 750$ Дж; $\dfrac{\langle E_{вращ} \rangle}{\langle E_{пост} \rangle} = 0{,}67$

2.25 $m = \dfrac{2\langle E_{пост} \rangle}{v^2_{ср.кв}} = 2{,}5$ г; $P = \dfrac{2\langle E_{пост} \rangle}{3V} = 1{,}67\cdot 10^5$ Па

2.26 $\langle E \rangle = \dfrac{5MP}{2\rho} = 5\cdot 10^4$ Дж

2.27 $A = \dfrac{\alpha}{2}(V_2{}^2 - V_1{}^2) = 2{,}4\cdot 10^{-4}$ Дж

2.28 $A = \dfrac{P_1{}^2 - P_2{}^2}{2\beta} = 3\cdot 10^6$ Дж

2.29 $A = \dfrac{\alpha}{2}\nu R(V_2{}^2 - V_1{}^2)$

2.30 $A = -3P_0V_0 = -3\cdot 10^5$ Дж

2.31 $A = \nu R(\sqrt{T_3} - \sqrt{T_1})^2$

2.32 $A = \nu R(T_1 - T_2) + Q = 339$ Дж

2.33 $A = \dfrac{m}{\mu}R(T_2 - T_1) = 1163$ Дж

2.34 $A = Q = RT\ln\dfrac{V_2}{V_1}$

2.35 $A = \dfrac{m}{\mu}RT\ln k = 6{,}62$ кДж

2.36 $T_1 = T_2 + \dfrac{2A\mu}{5mR} = 454$ К

2.37 $T_2 = T_1 n^{\gamma - 1}$=754 К; $A = \dfrac{5}{2}\dfrac{m}{\mu}R(T_2 - T_1) = 674$ Дж; где γ = 1,4

2.38 $A = \frac{5}{2}P_1V_1\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right] = 1{,}8$ кДж; где γ = 1,4

2.39 $\frac{A_2}{A_1} = \frac{\eta^{\gamma-1} - 1}{(\gamma - 1)\ln\eta} = 1{,}4$; где γ = 1,4

2.40 $A = -3P_2V_2(1 - \frac{T_1}{T_2}) = -3{,}75$ кДж

2.41 $A = \nu RT(n - 1) = 8{,}31$ Дж

2.42 $A = P_1V_1\left[\ln\frac{V_2}{V_1} + \frac{1}{2}\left(\frac{V_4}{V_3} - 1\right)\right] = 238{,}6$ Дж

2.43 $A = 0$; $\Delta U = Q = 556$ кДж

2.44 $A = 0$; $\Delta U = Q = 5$ МДж

2.45 $A = 0$; $\Delta U = Q = 6250$ Дж

2.46 $\Delta U = 400$ кДж; $A = 160$ кДж; $Q = 560$ кДж

2.47 $A = \frac{2Q}{7} = 6$ кДж; $\Delta U = \frac{5Q}{7} = 15$ кДж

2.48 $Q = 520$ Дж; $A = 208$ Дж; $\Delta U = 312$ Дж

2.49 1) $w_1 = 0{,}6$, $w_2 = 0{,}4$. 2) $w_1 = 0{,}71$; $w_2 = 0{,}29$. 3) $w_1 = 0{,}75$; $w_2 = 0{,}25$.

2.50 $\Delta U = 0$; $A = Q = \frac{mRT}{\mu}\ln 2 = 11{,}52$ кДж

2.51 $\Delta U = 0$; $A = Q = \frac{m}{\mu}RT\ln\frac{V_2}{V_1} = 125$ кДж

2.52 $\frac{V_2}{V_1} = e^{\frac{Q}{\nu RT}} = 2{,}23$

2.53 $Q = \frac{m}{\mu} = 191RT\ln\frac{P_2}{P_1}$ Дж; $\Delta U = 0$

2.54 A = 3,8 кДж; ΔU = 11,3 кДж; Q = 15,2 кДж

2.55 $\Delta U = 0$; $A = Q = \nu RT\frac{n - 1}{n} = 1{,}25 \cdot 10^6$ Дж

2.56 $\Delta Q = Q_1 - Q_2 = (P_1 - P_2)(V_1 - V_2) = 4 \cdot 10^5$ Дж

2.57 $Q = \nu RT_0\left(1 - \frac{1}{n}\right) = 4{,}74$ кДж

2.58 1) $i = 3$; 2) $\Delta U = 7{,}2 \cdot 10^6$ Дж; 3) $A = 4{,}8 \cdot 10^6$ Дж

2.59 $\Delta T = T_2\left[1 - \frac{T_1}{T_2}\left(\frac{P_0}{P_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right] = 98{,}5$ К

2.60 $m = \dfrac{\mu\Delta U(\gamma-1)n^{\gamma-1}}{RT_1(n^{\gamma-1}-1)} = 0{,}067$ кг

2.61 $\Delta U = \dfrac{P_0V_1}{\gamma-1}\left[\left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}-1\right] = -3{,}8$ МДж, где $P_0 = 10^5$ Па

2.62 $\Delta T = \dfrac{2\mu\Delta U}{5mR} = 616$ К; $P_2 = P_1\left(\dfrac{T_2}{T_2-\Delta T}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 11{,}3$ МПа

2.63 $P_2 = P_1\left(\dfrac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma} = 2{,}52$ МПа

2.64 $\dfrac{V_1}{V_2} = \left(\dfrac{T_2}{T_1}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = 17{,}5$

2.65 $T_2 = \dfrac{T_1}{n^{\gamma-1}} = 158$ К; $A = \dfrac{5mRT_1}{2\mu}\left(1-\dfrac{1}{n^{\gamma-1}}\right) - \dfrac{mRT_2}{\mu}\ln k = 8{,}4$ кДж; $\gamma = 1{,}4$

2.66 $\dfrac{A_2}{A_1} = \dfrac{n^{\gamma-1}-1}{(\gamma-1)\ln 10} = 1{,}64$; $\dfrac{U_2}{U_{2нач}} = \dfrac{n^{\gamma-1}-1}{\gamma-1} = 3{,}77$; где $\gamma = 1{,}4$

2.67 He : $c_V^{уд} = 3{,}12$ кДж/(кг · К), $c_P^{уд} = 5{,}10$ кДж/(кг · К);

H_2 : $c_V^{уд} = 10{,}4$ кДж/(кг · К), $c_P^{уд} = 14{,}6$ кДж/(кг · К);

CO_2 : $c_V^{уд} = 567$ Дж/(кг · К), $c_P^{уд} = 755$ Дж/(кг · К).

2.68 $\mu = 0{,}032$ кг/моль; $c_V^{уд} = 650$ Дж/(кг·К); $c_P^{уд} = 910$ Дж/(кг·К)

2.69 $c_V^{уд} = \dfrac{5R(m_1\mu_2 + m_2\mu_1)}{2\mu_1\mu_2(m_1+m_2)} = 711$ Дж/(кг·К); $c_P^{уд} = 1$ кДж/(кг·К)

2.70 $c_V^{уд} = \dfrac{(5V_1+3V_2)R}{2(\mu_1V_1+\mu_2V_2)} = 6{,}4$ кДж/(кг·К)

2.71 $c_P^{уд} = \dfrac{7R(\nu_1+\nu_2)}{2(\nu_1\mu_1+\nu_2\mu_2)} = 991$ Дж/(кг·К)

2.72 $c_V^{уд} = \dfrac{\alpha R}{2}\left(\dfrac{3}{\mu_1}+\dfrac{5}{\mu_2}\right) = 527$ Дж/(кг·К)

2.73 $c_P^{уд} = \dfrac{6R}{\mu_1+\mu_2} = 324$ Дж/(кг·К)

2.74 $\gamma = \dfrac{5m_1\mu_2 + 7m_2\mu_1}{3m_1\mu_2 + 5m_2\mu_1} = 1{,}5$

2.75 $\gamma = \dfrac{7\mu_2 + 5\mu_1}{5\mu_2 + 3\mu_1} = 1{,}63$

2.76 $\gamma = 1 + \frac{R}{C_{V\,см}^{мол}} = 1{,}5$, где $C_{V\,см}^{мол} = 2R$

2.77 При P = const, $C_P^{мол} = \frac{7}{2}R = 29{,}1$ Дж/(моль·К)

2.78 $\gamma = \lg_n k = 1{,}33$

2.79 $C_V^{мол} = \frac{Q - \nu RT_0 \ln 5}{4\nu T_0} = 21{,}1$ Дж/(моль·К)

2.80 $Q = \frac{R\Delta T(2-\gamma)}{\gamma - 1}$

2.81 1) $\Delta U = \frac{\alpha V_0^2(n^2-1)}{\gamma - 1}$; 2) $A = \frac{\alpha V_0^2(n^2-1)}{2}$; 3) $C^{мол} = C_V^{мол} + \frac{R}{2}$

2.82 $\mu = \frac{mR\Delta T}{\Delta Q} = 0{,}028$ кг/моль

2.83 $C^{мол} = -\frac{R}{\gamma - 1}$

2.84 $A = 0{,}4RV_1^2 = 1{,}33 \cdot 10^{-3}$ Дж; $Q = 0{,}8V_1^2(C_V^{мол} + \frac{R}{2}) = 7{,}98 \cdot 10^{-3}$ Дж

2.85 $A = \frac{4\nu^2 R}{V_1} = 11{,}1 \cdot 10^9$ Дж; $Q = \frac{2\nu^2(C_V^{мол} + 2R)}{V_1} = 25 \cdot 10^9$ Дж

2.86 $A = \frac{1 - 2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}}\sqrt{\frac{0{,}1\nu^2 R}{P_1}} = -24{,}4$ Дж

2.87 $C^{мол} = \frac{R}{2}$

2.88 $C^{мол} = C_V^{мол} + \frac{R}{\alpha V}$

2.89 $C^{мол} = C_V^{мол} + \frac{R}{1 + \alpha V}$

2.90 1) $C^{мол} = C_P^{мол} + RT_0 / \alpha V$; 2) $Q = \alpha C_P^{мол}(V_2 - V_1) + RT_0 \ln(V_2 / V_1)$

2.91 1) $Ve^{-\alpha T/R} = \text{const}$; 2) $Te^{R/\beta V} = \text{const}$

2.92 $A = \alpha \ln \eta + \frac{RT_0(\eta - 1)}{\gamma - 1}$

2.93 $T = T_0\left[1 + \frac{P_0 + mg/S}{3P_0}\right] = 430$ К

2.94 $Q = \frac{13}{2}\nu RT_0$

2.95 $Q = \frac{5mv^2}{4} = 0{,}1$ Дж

3. Второе начало термодинамики

3.11 $\dfrac{Q_х}{Q_п} = 0{,}25$

3.12 $A = Q_1 \dfrac{n-1}{n}$ = 28 кДж

3.13 $\dfrac{\eta'}{\eta} = \dfrac{T_1(T_1' - T_2)}{T_1'(T_1 - T_2)} = 1{,}88$

3.14 $\eta = \dfrac{A}{A + Q_2} = 18\%$

3.15 $T_1 = \dfrac{3}{2} T_2$ = 420 К

3.16 $\eta = \dfrac{A}{A + A'} = 0{,}67$

3.17 A = 628 Дж, Q_2 = 1,88 кДж

3.18 η = 26,8%, Q_1 = 274 кДж, Q_2 = 200 кДж

3.19 Во втором случае.

3.20 $k = \dfrac{1-\eta}{\eta} = 900\%$

3.21 $A = Q_2 \dfrac{T_1 - T_2}{T_2} = 80$ Дж

3.22 $A = Q_1 \dfrac{T_1 - T_2}{T_1} = 1{,}67$ кДж

3.23 $A' = \dfrac{A}{n-1} = 20$ кДж

3.24 а) $\eta = 1 - n^{1-\gamma} = 0{,}242$, б) $\eta = 1 - n^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 0{,}18$; где γ = 1,4

3.25 а) $\eta = 1 - \dfrac{T_1}{T_2} = 0{,}33$, б) $Q_1 = \nu R T_1 \cdot \ln\left[\dfrac{P_{max}}{P_{min}}\left(\dfrac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}}\right] = 2{,}00 \cdot 10^7$ Дж; γ = 1,4

в) $Q_2 = (1-\eta)Q_1 = 1{,}34 \cdot 10^7$ Дж, г) $A = Q_1 - Q_2 = 0{,}66 \cdot 10^7$ Дж

3.26 η_1 = 64%, η_2 = 74%

3.27 $V_{max}/V_{min} = n(1-\eta) = 2{,}1$

3.28 $P_{max}/P_{min} = 8$

3.29 η = 19%

3.30 $\eta = \dfrac{1}{9} = 11{,}1\%$

3.31 $A = P_{min} \cdot V_{min} = 5 \cdot 10^4$ Дж, $\eta = \dfrac{2}{19} = 10{,}5\%$

3.32 $\eta = 2{,}3\%$, $\eta_K = 54{,}6\%$

3.33 $T_1 = 296$ K, $T_2 = 444$ K, $T_3 = 888$ K, $T_4 = 592$ K, $\eta = 7{,}7\%$

3.34 $\eta = \dfrac{1}{12} \approx 8{,}3\%$

3.35 $\eta = \dfrac{\gamma - 1}{3(\gamma + 1)}$

3.36 $\eta = \dfrac{\gamma - 1}{2(2\gamma + 1)}$

3.37 $\eta = 1 - \dfrac{(i+2)(T_2 - T_1)}{2T_2 \ln(P_2/P_1) + i \cdot (T_2 - T_1)} = 0{,}099 = 9{,}9\%$

3.38 $\eta = 1 - \dfrac{\gamma \cdot T_3 \left[(T_1/T_3)^{\frac{1}{\gamma}} - 1 \right]}{T_1 - T_3}$

3.39 $\eta = 1 - \dfrac{\gamma(n-1)}{n^{\gamma} - 1}$

3.40 $\eta = 1 - \dfrac{n^{\gamma} - 1}{\gamma(n-1)n^{\gamma-1}}$

3.41 $\eta = 1 - \dfrac{\ln(n)}{n-1}$

3.42 $\eta = 1 - \dfrac{n-1}{n \cdot \ln(n)}$

3.43 $\eta = 1 - \dfrac{\ln(n)}{n-1}$

3.44 $\eta = 1 - \dfrac{n-1}{n \cdot \ln(n)}$

3.45 1) $T_1 = T_3 = 600$ K, $T_2 = 120$ K, $V_3 = 0{,}09$ м^3, $P_3 = 5{,}6 \cdot 10^6$ Па;
2) $Q_1 = 2 \cdot 10^6$ Дж, 3) $Q_2 = 10^6$ Дж, 4) $A = 10^6$ Дж, 5) $\eta = 50\%$

3.46 $Q_{12} = C_P^{мол} \cdot (T_2 - T_1)$; $Q_{23} = C_V^{мол} \cdot (T_1 - T_2)$; $Q_{31} = RT_1 \cdot \ln\left(\dfrac{T_1}{T_2}\right)$

$$\eta = 1 - \frac{C_P^{мол}(T_1 - T_2)}{RT_1 \cdot \ln\left(\dfrac{T_1}{T_2}\right) + C_V^{мол}(T_1 - T_2)}$$

3.47 $A_{12} = R(T_1 - T_1)$; $Q_{12} = C_P^{мол}(T_2 - T_1)$; $A_{23} = 0$; $Q_{23} = C_V^{мол}(T_1 - T_2)$;

$A_{31} = Q_{31} = RT_1 \cdot \ln\left(\dfrac{T_1}{T_2}\right)$; $\eta = \dfrac{R(T_2 - T_1) + RT_1 \cdot \ln\left(\dfrac{T_1}{T_2}\right)}{C_P^{мол}(T_2 - T_1)}$

3.48 $Q_{12} = C_V^{мол}(T_2 - T_1)$; Q_{23}=0; $Q_{31} = RT_1 \frac{1}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)$; $\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2 - T_1} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right)$

3.49 $Q_{12} = C_P^{мол}(T_2 - T_1)$; $Q_{23} = 0$; $Q_{31} = RT_1 \frac{\gamma}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)$;

$$\eta = 1 - \frac{T_1 - T_2}{T_1 \cdot \ln(T_1/T_2)}$$

3.50 $\eta = 1 - \frac{n+\gamma}{1+\gamma \cdot n}$

3.51 $\eta = \frac{R(T_1 - T_2) \cdot \ln(V_2/V_1)}{RT_1 \cdot \ln(V_2/V_1) + C_V^{мол}(T_1 - T_2)}$

3.52 $\eta = \frac{T_1 - T_2}{\frac{\gamma}{\gamma-1}(T_1 - T_2) + T_1}$

3.53 $\eta = 1 - \frac{T_2 + T_3}{2T_1}$

3.54 $\Delta S = m_1 c_1^{уд} \ln\left(\frac{T}{T_1}\right) + m_2 c_2^{уд} \ln\left(\frac{T}{T_2}\right) = 4{,}75$ Дж; где T = 300 K

3.55 1) θ = 326K = 53°C; 2) $\Delta S = c^{уд}\left(m_1 \cdot \ln\left(\frac{\theta}{T_1}\right) + m_2 \cdot \ln\left(\frac{\theta}{T_2}\right)\right) = 2485$ Дж/К

3.56 $m_2 = \frac{m_1 \lambda}{r + c^{уд}(t_2 - t_1)} = 250$ г; $\Delta S = \frac{m_1 \lambda}{T_1} - \frac{m_2 r}{T_2} + m_2 c^{уд} \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right) = 605$ Дж/К

3.57 $\Delta S = m\left[c^{уд} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{r}{T_2}\right] = 734$ Дж/К

3.58 $\Delta S = m\left[c_1^{уд} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{\lambda}{T_2} + c_2^{уд} \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right)\right] = 291$ Дж/К

3.59 $\Delta S = m\left[a \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + b \cdot (T_2 - T_1)\right] = 2015{,}2$ Дж/К

3.60 $\Delta S = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{5R}{2} \cdot \ln n = 7{,}2$ Дж/К

3.61 1) $\Delta S = \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot \ln(n) = 836$ Дж/К; 2) $\Delta S = 0$

3.62 $\Delta S = \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot \ln(n) = 456{,}5$ Дж/К

3.63 $\Delta S = \frac{P_1 V_1}{T_1} \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 249$ Дж/К

3.64 $Q = \Delta S \cdot \Delta T = 420$ кДж

3.65 $\Delta S = \frac{m}{\mu} \cdot R \cdot \ln\left(\frac{P_1}{P_2}\right) = 17{,}3$ Дж/К

3.66 $n = \exp\left(\frac{\Delta S}{\nu \cdot R}\right) \approx 2$

3.67 $\Delta S = -\frac{m}{\mu} \cdot \frac{5R}{2} \cdot \ln n = -9{,}72$ Дж/К

3.68 $\Delta S = \frac{m}{\mu} \cdot \frac{7}{2} R \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = 1{,}74$ Дж/К

3.69 $\Delta S = \nu \cdot R \cdot \ln(n) = 19{,}84$ Дж/К

3.70 $\Delta S = \frac{m}{\mu}\left[\frac{5R}{2} \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + \frac{7}{2} R \ln\left(\frac{P_2}{P_1}\right)\right] = 33{,}1$ Дж/К

3.71 $\Delta S = \frac{5}{2} \cdot \frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} \cdot \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = -0{,}017$ Дж/К

3.72 $\Delta S = \nu_1 \cdot R \cdot \ln(1+n) + \nu_2 \cdot R \cdot \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right) = 5{,}1$ Дж/К

3.73 $\Delta S = \nu \cdot R\left(\frac{1}{\gamma - 1} \cdot \ln\left(\frac{n}{m}\right) + \ln(n)\right) = -10{,}94$ Дж/К

3.74 $S_2 - S_1 = \nu R\left(\ln\alpha - \frac{3}{2}\ln\beta\right) = 0{,}85$ Дж/К

3.75 $\Delta S = 4\nu R \ln n = 46{,}1$ Дж/К

3.76 $S = \frac{\alpha \cdot T^3}{3}$

3.77 $\Delta S = R\left[\frac{m_1}{\mu_1} \cdot \ln\left(\frac{V_1 + V_2}{V_1}\right) + \frac{m_2}{\mu_2} \cdot \ln\left(\frac{V_1 + V_2}{V_2}\right)\right] = 6{,}9$ Дж/К

3.78 $Q = \alpha \cdot \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right)$

3.79 $A = \alpha \cdot \ln\left(\frac{T_1}{T_2}\right) + \nu \cdot C_V^{мол}(T_1 - T_2)$

3.80 $C^{мол} = -\frac{\alpha}{T}$

3.81 $\Delta S_{12} = \Delta S_{132} = \nu \cdot R \cdot \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

3.82 $\eta = \frac{n-1}{2n}$

3.83 а) $\eta = \frac{T_1 - T_2}{2T_1}$ б) $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1 + T_2}$

3.84 $\eta = 50\%$

3.85 $T_Н = 2T_Х$

4. Элементы статистической физики. Распределения Максвелла и Больцмана

4.12 $\langle v\rangle = \sqrt{\dfrac{8P_0}{\pi\rho}} = 505$ м/с; $\quad v_{ср.кв.} = \sqrt{\dfrac{3p_0}{\rho}} = 548$ м/с, где $P_0 = 10^5$ Па

4.13 $v_В = \sqrt{\dfrac{3P_0}{\rho}} = 548$ м/с, где $P_0 = 10^5$ Па

4.14 $< v >= \sqrt{\dfrac{8P}{\pi\rho}} = 579$ м/с; $v_{ср.кв} = \sqrt{\dfrac{3P}{\rho}} = 628$ м/с; $v_В = \sqrt{\dfrac{2\cdot P}{\rho}} = 513$ м/с

4.15 $T = \dfrac{\Delta v^2 \cdot \mu}{R\cdot(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2} = 381$ K; $\quad \langle v\rangle = 2\cdot 10^3$ м/с

4.16 $T = \dfrac{\Delta v^2 \cdot \mu}{R\cdot(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2} = 83$ K

4.17 $T = \dfrac{\Delta v^2 \cdot \mu_1\mu_2}{2R(\sqrt{\mu_2}-\sqrt{\mu_1})^2} = 363{,}5$ K

4.18 $T = \dfrac{v_В^2 \cdot \mu}{2R} = 1630$ K ; $< v >= 1038$ м/с ; $v_{ср.кв} = 1127$ м/с

4.19 $T = \dfrac{\mu\cdot(v_2^2 - v_1^2)}{4R\cdot\ln(v_2/v_1)} = 328$ K

4.20 $v = \sqrt{\dfrac{3RT_0}{\mu}\cdot\ln(n)\dfrac{n}{n-1}} = 613$ м/с

4.21 $v = \sqrt{\dfrac{3RT_0}{\mu}\cdot\ln(\eta)\cdot\dfrac{\eta}{\eta-1}}$.

4.22 $v = \sqrt{\dfrac{3RT}{(\mu_2-\mu_1)}\cdot\ln\left(\dfrac{\mu_2}{\mu_1}\right)} = 831$ м/с

4.23 $v = \sqrt{\dfrac{6\ln 2\cdot RT_1}{\mu}}$

4.24 $v_В = 344$ м/с; $v_{ср.кв} = 422$ м/с; $< v > = 389$ м/с; $\langle v\rangle/\langle v'\rangle = 2^{0,2} = 1{,}15$

4.25 $T_0 = \dfrac{\mu_2}{\mu_1}T = 426$ K; $\quad v_{ср.кв} \sim P^{1/7}$

4.26 $v_В = 1402$ м/с; $< v > = 1582$ м/с; $v_{ср.кв} = 1717$ м/с; $\langle v\rangle \sim P^{0,2}$

4.27 В $\eta \approx 7{,}6$ раза

4.28 $C = \dfrac{m_0^2}{2k^2T^2}$

4.29 $\langle v \rangle = 3 \cdot \sqrt{\dfrac{\pi \cdot kT}{8m_0}}$

4.30 $v_B = \sqrt{\dfrac{3RT}{\mu}} \approx 558$ м/с

4.31 $\langle v_X \rangle = 0; \quad \langle |v_X| \rangle = \sqrt{\dfrac{2RT}{\pi\mu}} = 727$ м/с

4.32 $< v_Y > = 0; \quad < |v_Y| > = \sqrt{\dfrac{2RT}{\pi \cdot \mu}} \approx 207$ м/с.

4.33 $< v_X^2 > = \dfrac{kT}{m_0}$

4.34 $\left\langle \dfrac{1}{v} \right\rangle = \sqrt{\dfrac{2\mu}{\pi RT}} \approx 2{,}75 \cdot 10^{-3}$ с/м; $\quad \dfrac{\langle 1/v \rangle}{1/\langle v \rangle} = \dfrac{4}{\pi} = 1{,}27$

4.35 $< p > = m_0 \cdot \langle |v| \rangle = \sqrt{\dfrac{8kT\mu}{\pi \cdot N_A}} \approx 2{,}78 \cdot 10^{-23} \ \dfrac{кг \cdot м}{с}$

4.36 $< | p_X | > = m_0 \cdot \langle |v_X| \rangle = \sqrt{\dfrac{2\mu kT}{\pi \cdot N_A}} \approx 1{,}31 \cdot 10^{-23} \ \dfrac{кг \cdot м}{с}$

4.37 $E = \dfrac{3}{2} kT \approx 1{,}035 \cdot 10^{-20}$ Дж. Не зависит

4.38 $v_B = \sqrt{\dfrac{3kT}{m_0}}; \quad \dfrac{v_B}{v_{BC}} = \sqrt{\dfrac{3}{2}}$

4.39 $f(E) = \dfrac{E}{k^2T^2} \cdot e^{-\frac{E}{kT}}; \quad E_B = kT$

4.40 $p_B = \sqrt{2kTm_0}$

4.41 $p_B = \sqrt{\dfrac{2\mu kT}{N_A}} \approx 1{,}85 \cdot 10^{-23} \ \dfrac{кг \cdot м}{с}$

4.42 $E = k \cdot T$

4.43 $<p^2> = 3m_0kT$

4.44 $f(E) = \dfrac{2}{\sqrt{\pi}} \dfrac{1}{(kT)^{3/2}} \sqrt{E} \cdot e^{-\frac{E}{kT}}; \quad E_B = \dfrac{kT}{2} = 2{,}57 \cdot 10^{-21}$ Дж

4.45 $\dfrac{< E >}{E_B} = 3$

4.46 $w_1 = \left(\dfrac{\mu}{2\pi RT} \right)^{1/2} \exp\left(-\dfrac{\mu v_{X1}^2}{2RT} \right) \cdot \Delta v_{X1} = 4{,}4 \cdot 10^{-4}; \quad w_2 = 3 \cdot 10^{-4}$

4.47 $\dfrac{w_1}{w_2} = \dfrac{\Delta v_{X1}}{\Delta v_{X2}} \cdot \exp\left\{\dfrac{\mu}{2RT}(v_{X2}^2 - v_{X1}^2)\right\} = 1{,}47$

4.48 $\dfrac{w_1}{w_2} = \dfrac{\langle v_1\rangle}{\langle v_2\rangle} \cdot \exp\left\{\dfrac{\mu}{2RT}(\langle v_2\rangle^2 - \langle v_1\rangle^2)\right\} \approx 0{,}54$

4.49 $\dfrac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \left(\dfrac{T_2}{T_1}\right)^{3/2} \cdot \exp\left\{\dfrac{\mu \cdot \langle v\rangle^2}{2R}\left(\dfrac{1}{T_2} - \dfrac{1}{T_1}\right)\right\} \approx 1{,}805$

4.50 $\dfrac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \left(\dfrac{T_2}{T_1}\right)^{3/2} \cdot \exp\left\{\dfrac{\mu \cdot \langle v\rangle^2}{2R}\left(\dfrac{1}{T_2} - \dfrac{1}{T_1}\right)\right\} \approx 0{,}48$

4.51 $\dfrac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \dfrac{\Delta v_{X1}}{\Delta v_{X2}} \cdot \exp\left\{\dfrac{\mu}{2RT}(v_{X2}^2 - v_{X1}^2)\right\} = 2{,}274$

4.52 $\dfrac{\Delta N_1}{\Delta N_2} = \dfrac{\Delta v_{Z1}}{\Delta v_{Z2}} \cdot \exp\left\{\dfrac{\mu}{2RT}(v_{Z2}^2 - v_{Z1}^2)\right\} = 4{,}092$

4.53 $\dfrac{\Delta N}{N} = \dfrac{8\delta}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-1} = 8{,}3 \cdot 10^{-3}$

4.54 $w = \dfrac{8\delta}{\sqrt{\pi}} \cdot \left(\dfrac{3}{2}\right)^{3/2} \cdot e^{-3/2} = 0{,}037$

4.55 $\dfrac{\Delta N}{N} = \dfrac{64\delta}{\pi^2} \cdot e^{-4/\pi} = 1{,}82 \cdot 10^{-2}$

4.56 $w = \dfrac{64\delta}{\pi^2} \cdot e^{-4/\pi} = 0{,}09$

4.57 $\dfrac{\Delta N}{N} = 2 \cdot \sqrt{\dfrac{\mu}{\pi RT}} \cdot e^{-1} \cdot |\Delta v| = 7{,}2 \cdot 10^{-4}$

4.58 $\dfrac{\Delta N_2}{\Delta N_1} = 1{,}1$ для любого газа при любой температуре

4.59 $\dfrac{\Delta N}{N} = \dfrac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \dfrac{PV}{kT} \cdot \dfrac{u_{MAX}^3}{3} = 2{,}71 \cdot 10^{13}$, где $u_{MAX} = \dfrac{v_{MAX}}{\sqrt{2RT/\mu}} = 0{,}01$

4.60 $\Delta N = \dfrac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \nu N_A \cdot \dfrac{u_{MAX}^3}{3} = 9{,}03 \cdot 10^{17}$, где $u_{MAX} = 0{,}01$

4.61 $\Delta N = \dfrac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \nu N_A \cdot \dfrac{u_{MAX}^3}{3} = 8{,}46 \cdot 10^{16}$, где $u_{MAX} = 5 \cdot 10^{-3}$

4.62 $\dfrac{\Delta N}{N} = \dfrac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot \dfrac{u_{MAX}^3}{3} = 9{,}4 \cdot 10^{-5}$, где $u_{MAX} = 0{,}05$

4.63 $\Delta N = \dfrac{P_0 V}{kT_0} \cdot \left\{\Phi(2) - \dfrac{4}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-4}\right\} = 2{,}53 \cdot 10^{19}$, где $P_0 = 10^5$ Па, $T_0 = 273$ К

4.64 $\dfrac{\Delta N}{N} = \Phi(u_2) - \dfrac{2}{\sqrt{\pi}} u_2 \cdot \exp(-u_2^2) = 0{,}79$, где $u_2 = \dfrac{v_2}{\sqrt{2RT/\mu}} = 1{,}5$

4.65 $\Delta N = \nu N_A \left\{1 - \Phi(u_{MIN}) + \dfrac{2}{\sqrt{\pi}} u_{MIN} \cdot \exp(-u_{MIN}^2)\right\} = 1{,}93 \cdot 10^{21}$,

где $u_{MIN} = \dfrac{v_{MIN}}{\sqrt{2RT/\mu}} = 2{,}76$

4.66 $\dfrac{\Delta N}{N} = 1 - \Phi(u_1) + \dfrac{2}{\sqrt{\pi}} u_1 \cdot \exp(-u_1^2) = 0{,}58$, где $u_1 = \dfrac{v_1}{\sqrt{2RT/\mu}} = 0{,}98$

4.67 $\Delta N = \dfrac{PV}{kT}\left\{1 - \Phi(u_1) + \dfrac{2}{\sqrt{\pi}} u_1 \cdot \exp(-u_1^2)\right\} = 6{,}4 \cdot 10^{-17}$, где $u_1 = \dfrac{v_1}{\sqrt{2RT/\mu}} = 2{,}08$

4.68 $w = \dfrac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot u_1 \cdot \exp(-u_1^2) \approx 2 \cdot 10^{-10}$, где $u_1 = \dfrac{v_1}{\sqrt{2RT/\mu}} = 4{,}9$

4.69 $\Delta N = \dfrac{2}{\sqrt{\pi}} \cdot \dfrac{P_0 V}{kT_0} \cdot u_1 \cdot \exp(-u_1^2) = 8{,}59 \cdot 10^4$, где $u_1 = \dfrac{v_1}{\sqrt{2RT/\mu}} = 5{,}94$;

$P_0 = 10^5$ Па, $T_0 = 273$ К

4.70 $\dfrac{\Delta N}{N} = \dfrac{6\delta}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\dfrac{3}{2}} \cdot e^{-3/2} = 9{,}25 \cdot 10^{-3}$

4.71 $\dfrac{\Delta N}{N} = \dfrac{4\delta}{\sqrt{\pi} \cdot} \cdot \left(\dfrac{E_B}{kT}\right)^{3/2} \exp\left(-\dfrac{E_B}{kT}\right) = 2{,}4 \cdot 10^{-3}$, где $E_B = \dfrac{kT}{2}$

4.72 $\dfrac{\Delta N}{N} = \dfrac{18\delta}{\sqrt{\pi}} \cdot e^{-3/2} = 9{,}25 \cdot 10^{-4}$

4.73 $\dfrac{\Delta N}{N} = \dfrac{4}{3\sqrt{\pi}} \cdot t_2^{3/2} = 7{,}5 \cdot 10^{-4}$, где $E_B = kT$, $t_2 = 0{,}01$

4.74 $\dfrac{\Delta N}{N} = \dfrac{4}{3\sqrt{\pi}} \cdot t_2^{3/2} = 7{,}5 \cdot 10^{-4}$, где $t_2 = \dfrac{E_2}{kT} = 0{,}01$

4.75 $E = \left(\dfrac{\delta\eta\sqrt{\pi}}{2}\right)^{2/3} \cdot kT = 9{,}23 \cdot 10^{-3} \cdot kT$

4.76 $\Delta N = \nu N_A \left\{\Phi(\sqrt{t_2}) - \dfrac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{t_2} \cdot \exp(-t_2)\right\} = 5{,}51 \cdot 10^{23}$, где $t_2 = \dfrac{E_0}{kT} = 1{,}93$

4.77 $\Delta N = \dfrac{m}{\mu} N_A \left\{\Phi(\sqrt{t_2}) - \dfrac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{t_2} \cdot \exp(-t_2)\right\} = 1{,}92 \cdot 10^{23}$, где $t_2 = \dfrac{E_{MAX}}{kT} = 1{,}93$

4.78 $w = \dfrac{\Delta N}{N} = 1 - \Phi(\sqrt{t_1}) + \dfrac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{t_1} \cdot \exp(-t_1) = 0{,}572$, где $t_1 = \dfrac{E_0}{kT} \approx 1$

4.79 $\dfrac{\Delta N}{N} = 1 - \Phi(\sqrt{t_1}) + \dfrac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{t_1} \cdot \exp(-t_1) = 2{,}27 \cdot 10^{-3}$, где $t_1 = \dfrac{E_0}{kT} = 7{,}2$

4.80 $\frac{\Delta N}{N} = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\sqrt{t_1} \cdot \exp(-t_1) = 2{,}36 \cdot 10^{-8}$, где $t_1 = \frac{E_0}{kT} = 19{,}3$

4.81 $\Delta N = \frac{2\nu N_A}{\sqrt{\pi}}\sqrt{t_1} \cdot \exp(-t_1) = 3{,}48 \cdot 10^{16}$, где $t_1 = \frac{E_0}{kT} = 18{,}65$

4.82 $\frac{\Delta n}{n} = \frac{mg}{kT} \cdot \Delta h = 0{,}01$

4.83 $F = \frac{kT}{\Delta z}\ln\eta = 0{,}9 \cdot 10^{-20}$ Н

4.84 $\frac{\eta}{\eta_0} = \exp\left\{\frac{(\mu_2 - \mu_1) \cdot gh}{RT}\right\} = 1{,}59$

4.85 $\Delta h = \frac{RT}{\mu g} \cdot \ln\left(\frac{P}{P - \Delta P}\right)$ 1) Δh_1 = 8,48 м; 2) Δh_2 = 25,76 м

4.86 а) $h = \frac{RT \cdot \ln 2}{\mu g} = 5422$ м; б) $h = \frac{RT}{\mu g} = 7823$ м.

4.87 $\Delta P = 36{,}2 \cdot 10^3$ Па

4.88 $\Delta h = \frac{R \cdot (T_2 - T_1)}{\mu g} \cdot \ln\left(\frac{P_0}{P}\right) = -28{,}74$ м, где $P_0 = 10^5$ Па

4.89 $h = \frac{kT}{(m_2 - m_1) \cdot g} \cdot \ln\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$

4.90 $h = \frac{RT}{\mu g} \cdot \ln(\eta) \cdot \frac{\eta}{\eta - 1}$

4.91 $m = \frac{P_0 S}{g} \cdot \left\{1 - \exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right)\right\}$

4.92 $N = \frac{P_0 S N_A}{g\mu} \cdot \left\{1 - \exp\left(-\frac{\mu g h}{RT}\right)\right\}$

4.93 $\frac{n}{n_0} = \exp\left(\frac{4\pi^2 n^2 \mu r^2}{2RT}\right) = 1{,}19$

4.94 $P = P_0 \cdot \exp\left(\frac{4\pi^2 n^2 \mu r^2}{2RT}\right) = 300$ кПа

4.95 $\omega = \frac{1}{b}\sqrt{\frac{2RT}{\mu} \cdot \ln(\eta)} = 280\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}$

4.96 $\mu = \frac{2RT}{\omega^2 r^2}\ln\left(\frac{P}{P_0}\right) = 0{,}0835 = 83{,}5 \cdot 10^{-3}$ кг/моль

4.97 а) $dN = 2\pi \cdot n_0 \frac{\sqrt{U}}{\alpha\sqrt{\alpha}} \cdot e^{-\frac{U}{kT}} \cdot dU$; б) $U_B = \frac{kT}{2}$

5. Явления переноса

5.9 $d_{эф} = \sqrt{\dfrac{kT_0}{\sqrt{2}\pi P_0\lambda}} = 2{,}57\cdot 10^{-10}$ м; где $P_0 = 10^5$ Па, $T_0 = 273$ К

5.10 $\lambda = \dfrac{V}{\sqrt{2}\pi d_{эф}^2 \nu N_A} = 1{,}67\cdot 10^{-9}$ м

5.11 $\lambda = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi d_{эф}^2 P} = 4{,}61\cdot 10^{-8}$ м

5.12 $P = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi d_{эф}^2 \lambda} = 1{,}3$ Па

5.13 $\lambda_1 = \lambda\dfrac{P_0}{P} = 100$ м; где $P_0 = 10^5$ Па

5.14 $\lambda = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi d_{эф}^2 P} = 60$ м. Да, так как $\lambda >> D$

5.15 $P = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi d_{эф}^2 L} = 0{,}65$ Па; $\quad n = \dfrac{1}{\sqrt{2}\pi d_{эф}^2 L} = 1{,}74\cdot 10^{20}\ 1/\text{м}^3$

5.16 $\dfrac{\lambda}{\langle L\rangle} = \dfrac{1}{\sqrt{2}\pi d_{эф}^2}\left(\dfrac{kT_0}{P_0}\right)^{2/3} = 1{,}75$, где $P_0 = 10^5$ Па, $T_0 = 273$ К

5.17 $\dfrac{\lambda}{L} = \dfrac{\eta kT}{\sqrt{2}\pi d_{эф}^2 PL} = 8500$

5.18 $\langle v\rangle = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi\mu}} = 362$ м/с; $\quad z = \dfrac{\langle v\rangle}{\lambda} = 9{,}06\cdot 10^9\ 1/\text{с}$, где $T = 273$ К

5.19 $z = \dfrac{4d_{эф}^2 P}{k}\sqrt{\dfrac{\pi R}{T\mu}} = 2{,}37\cdot 10^6\ 1/\text{с}$

5.20 $z = \dfrac{4d_{эф}^2 P_0}{k}\sqrt{\dfrac{\pi R}{T_0\mu}} = 6{,}83\cdot 10^9\ 1/\text{с}$, где $P_0 = 10^5$ Па, $T_0 = 273$ К

5.21 $\lambda = \dfrac{kT}{\sqrt{2}\pi d_{эф}^2 P} = 34{,}7$ м; $\quad \tau = \dfrac{k}{4d_{эф}^2 P}\sqrt{\dfrac{\mu T}{\pi R}} = 0{,}079$ с

5.22 $\lambda = \dfrac{1}{z}\sqrt{\dfrac{8RT}{\pi\mu}} = 1{,}15\cdot 10^{-7}$ м

5.23 $z = \dfrac{0{,}1}{\lambda}\sqrt{\dfrac{8RT}{\pi\mu}} = 4{,}45\cdot 10^8\ 1/\text{с}$

5.24 $Z = 2V\left(\dfrac{d_{эф}P}{kT}\right)^2\sqrt{\dfrac{\pi RT}{\mu}} = 8{,}6\cdot 10^{28}\ 1/\text{с}$, где $P = 10^5$ Па, $T = 273$ К

5.25 $N = \frac{PV}{kT} = 6{,}04 \cdot 10^{21}$; $Z = 2V\left(\frac{d_{эф}P}{kT}\right)^2 \sqrt{\frac{\pi RT}{\mu}} = 2{,}27 \cdot 10^{30}\, 1/с$

5.26 $Z = 2V\tau\left(\frac{\rho N_A d_{эф}}{\mu}\right)^2 \sqrt{\frac{\pi RT}{\mu}} = 1{,}15 \cdot 10^{34}$

5.27 $\lambda \sim T$; $z \sim \frac{1}{\sqrt{T}}$

5.28 $\lambda \sim \frac{1}{P}$; $z \sim P$

5.29 $\lambda = const$; $z \sim \sqrt{T}$

5.30 а) $\lambda \sim \frac{1}{P^{3/5}}$; б) $\lambda \sim \frac{1}{T^{3/2}}$

5.31 $\lambda = const$; $\frac{z_2}{z_1} = \sqrt{3}$

5.32 $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{m} = 0{,}25$; $\frac{z_2}{z_1} = m = 4$

5.33 $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{m^{3/5}} = 1{,}93$

5.34 $D = \frac{2}{3d_{эф}^2 P} \sqrt{\frac{N_A}{\mu}\left(\frac{Tk}{\pi}\right)^{3/2}} = 7 \cdot 10^{-4}\ м^2/с$

5.35 $D = \frac{2}{3d_{эф}^2 P_0} \sqrt{\frac{N_A}{\mu}\left(\frac{T_0 k}{\pi}\right)^{3/2}} = 8{,}5 \cdot 10^{-5}\ \frac{м^2}{с}$, где $P_0 = 10^5$ Па, $T_0 = 273$ K

5.36 $\lambda = \frac{V}{\sqrt{2}\pi d_{эф}^2 N} = 0{,}018$ м; $D = \frac{2V}{3d_{эф}^2 N} \sqrt{\frac{RT}{\pi^3 \mu}} = 2703\ м^2/с$

5.37 $\lambda = 3D\sqrt{\frac{\pi\mu}{8RT_0}} = 1{,}34 \cdot 10^{-7}$ м, где $T_0 = 273$ K

5.38 $m = \frac{2}{3d_{эф}^2 P} \sqrt{\frac{N_A}{\mu}\left(\frac{Tk}{\pi}\right)^{3/2}} \frac{d\rho}{dx}\Delta S\tau = 1{,}55 \cdot 10^{-7}$ кг

5.39 $\frac{d\rho}{dx} = \frac{3m_\tau d_{эф}^2 P}{2} \sqrt{\frac{\mu}{N_A}\left(\frac{Tk}{\pi}\right)^{3/2}} = 267\ кг/м^4$

5.40 а) $D \sim T^{3/2}$; б) $D \sim \sqrt{T}$

5.41 а) $D \sim \frac{1}{P}$; б) $D \sim \sqrt{P}$

5.42 $D = \frac{2}{3d_{эф}^2 P} \sqrt{\frac{N_A}{\mu}\left(\frac{Tk}{\pi}\right)^{3/2}}$; $D_{T_1=100K} = 1{,}36 \cdot 10^{-5}\ м^2/с$

5.43 $\frac{D_2}{D_1} = \frac{1}{m} = 0{,}5$

5.44 $\frac{D_2}{D_1} = m^{-4/5} = 0{,}276$

5.45 $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{m} = 2$

5.46 $\frac{T_2}{T_1} = m^{-2/3} = 0{,}763$

5.47 $\eta = \frac{2}{3d_{эф}^2 N_A}\sqrt{\frac{T\mu R}{\pi^3}} = 1{,}3 \cdot 10^{-5}\ \frac{кг}{м \cdot с}$, где $T = 273$ K

5.48 $\eta = \frac{2}{3d_{эф}^2 N_A}\sqrt{\frac{T\mu R}{\pi^3}}$; $\eta_1 = 1{,}28 \cdot 10^{-5}\ \frac{кг}{м \cdot с}$; $\eta_2 = 1{,}44 \cdot 10^{-5}\ \frac{кг}{м \cdot с}$

5.49 $\eta = \frac{P_0 \mu D}{RT_0} = 1{,}8 \cdot 10^{-5}\ \frac{кг}{м \cdot с}$, где $P_0 = 10^5$ Па, $T_0 = 273$ K

5.50 $P = \frac{(\eta/D) \cdot v_{ср.кв.}^2}{3} = 4 \cdot 10^4$ Па

5.51 $\lambda = \frac{3\eta}{2P_0}\sqrt{\frac{\pi RT_0}{2\mu}} = 6 \cdot 10^{-8}$ м; $D = \frac{\eta RT_0}{P\mu} = 7{,}2 \cdot 10^{-6}\ м^2/с$,

где $P_0 = 10^5$ Па, $T_0 = 273$ K

5.52 $\langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT_0}{\pi\mu}} = 380$ м/с; $\lambda = \frac{3\eta}{2P_0}\sqrt{\frac{\pi RT_0}{2\mu}} = 9 \cdot 10^{-8}$ м; $z = \frac{8P_0}{3\eta\pi} = 4 \cdot 10^9\ с^{-1}$,

где $P_0 = 10^5$ Па, $T_0 = 273$ K

5.53 $\eta = \frac{F}{(du/dx)La} = 1500\ \frac{кг}{м \cdot с}$

5.54 $F = \frac{2P_0 \lambda u}{3L}\sqrt{\frac{2\mu}{\pi RT_0}}\Delta S = 44{,}7$ мН, где $P_0 = 10^5$ Па, $T_0 = 273$ K

5.55 $u = \frac{3FLd_{эф}^2 N_A}{2}\sqrt{\frac{\pi^3}{T\mu R}} = 55{,}3$ м/с

5.56 $F = \frac{2\lambda Pu}{3L}\sqrt{\frac{2\mu}{\pi RT}} = 7{,}72$ мН

5.57 $F = \frac{2P}{3}(R - h)S\sqrt{\frac{2\mu}{\pi RT}} = 3{,}57 \cdot 10^{-6}$ Н

5.58 $\tau = \frac{mn_2 h}{2\eta\pi n_1 (R - h)L} = 18{,}9$ с

5.59 а) $F=\eta\dfrac{2\pi nR_2}{R_2-R_1}=1{,}58\cdot10^{-3}\,Н/м^2$; б) $M=\eta\dfrac{2\pi nR_1R_2}{R_2-R_1}=1{,}58\cdot10^{-3}\,Н\cdot м$

5.60 $\eta=\dfrac{2r^2g(\rho_2-\rho_1)}{9u}=0{,}29\ \dfrac{кг}{м\cdot с}$

5.61 $\tau=\dfrac{18H\eta}{D^2\rho g}$; $\tau_1=1{,}8$ с; $\tau_2=0{,}45$ с

5.62 $\eta=\dfrac{D^2\tau g(\rho_1-\rho_2)}{18L}=1{,}43\ \dfrac{кг}{м\cdot с}$

5.63 $\eta\sim\sqrt{T}$; $D\sim T^{3/2}$

5.64 η = const; $D\sim\dfrac{1}{P}$

5.65 $\dfrac{D_2}{D_1}=m=5$; $\dfrac{\eta_2}{\eta_1}=1$

5.66 $\dfrac{D_2}{D_1}=\dfrac{1}{m^{3/2}}=0{,}125$; $\dfrac{\eta_2}{\eta_1}=\dfrac{1}{\sqrt{m}}=0{,}5$

5.67 $\dfrac{\lambda_2}{\lambda_1}=\dfrac{1}{m}=0{,}2$; $\eta=\text{const}$

5.68 $\dfrac{\eta_2}{\eta_1}=m^{1/7}=1{,}39$

5.69 $\dfrac{\eta_2}{\eta_1}=m^{1/6}=1{,}2$

5.70 $\kappa=\dfrac{k}{\pi d_{эф}^2}\sqrt{\dfrac{RT}{\pi\mu}}=0{,}05\ \dfrac{Вт}{м\cdot К}$

5.71 $\kappa_1=\dfrac{5k}{3\pi d_{эф}^2}\sqrt{\dfrac{RT}{\pi\mu}}=0{,}013\ \dfrac{Вт}{м\cdot К}$; $\dfrac{k_2}{k_1}=\sqrt{m}=3{,}16$

5.72 $\kappa=\dfrac{5R}{2\mu}\eta=0{,}012\ \dfrac{Вт}{м\cdot К}$

5.73 $\kappa=\dfrac{5R\rho}{2\mu}D=0{,}085\ \dfrac{Вт}{м\cdot К}$

5.74 $\eta_1=\dfrac{2\mu}{5R}\kappa_1=5\cdot10^5\ \dfrac{кг}{м\cdot с}$; $\kappa_2=\kappa_1\sqrt{\dfrac{T_2}{T_1}}=4.97\cdot10^{-2}\ \dfrac{Вт}{м\cdot К}$

5.75 $\dfrac{d_{Ar}}{d_{He}}=\sqrt{m}\left(\dfrac{\mu_{He}}{\mu_{Ar}}\right)^{1/4}=1{,}66$

5.76 а) $\dfrac{D_2}{D_1}=\sqrt{\dfrac{\mu_1}{\mu_2}}=1{,}25$; б) $\dfrac{\kappa_2}{\kappa_1}=\dfrac{5}{6}\sqrt{\dfrac{\mu_1}{\mu_2}}=1{,}04$; в) $\dfrac{\eta_2}{\eta_1}=\sqrt{\dfrac{\mu_2}{\mu_1}}=0{,}8$

5.77 $L = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} d = 0{,}1$ м

5.78 $q = \kappa \frac{(t_1 - t_2)S}{d} \tau = 1{,}66 \ \frac{\text{МДж}}{\text{м}^2}$

5.79 $\frac{P_в}{P} = \frac{\kappa(t_1 - t_2)S}{hP} = 7125$

5.80 $Q = \frac{5k}{3\pi d_{эф}^2} \sqrt{\frac{R(T_1 + T_2)}{2\pi\mu}} \cdot \frac{(T_1 + T_2)S\tau}{L} = 2{,}4 \cdot 10^4$ Дж

5.81 $Q = \frac{5k}{3\pi d_{эф}^2} \sqrt{\frac{RT_0}{\pi\mu}} \frac{\Delta TS\tau}{L} = 77$ Дж, где $T_0 = 273$ K

5.82 $P_{пр} = \frac{k(T_1 + T_2)}{2\sqrt{2}\pi d_{эф}^2 (r_2 - r_1)} = 0{,}98$ Па; $\kappa = \frac{10P(r_2 - r_1)}{3} \sqrt{\frac{R}{\pi\mu(T_1 + T_2)}} = 1{,}3 \cdot 10^{-3} \ \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$

5.83 $\kappa = \frac{10P(r_2 - r_1)}{3} \sqrt{\frac{R}{\pi\mu(T_1 + T_2)}} = 3{,}2 \cdot 10^{-4} \ \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$

5.84 $Q = \frac{2\pi k(T_1 - T_2)h\tau}{\ln(r_2/r_1)} = 8684$ Дж

5.85 а) $\kappa \sim \sqrt{T}$; б) $\kappa \sim \sqrt{T}$

5.86 а) не зависит; б) $\kappa \sim \sqrt{P}$

5.87 $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{1}{m} = 0{,}2$; $\frac{\kappa_2}{\kappa_1} = 1$

5.88 $\frac{D_2}{D_1} = \sqrt{m} = 1{,}73$; $\frac{\kappa_2}{\kappa_1} = \sqrt{m} = 1{,}73$

5.89 $\frac{\kappa_2}{\kappa_1} = m^{-0{,}2} = 0{,}87$

5.90 $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = m^{-0{,}6} = 0{,}25$; $\frac{\kappa_2}{\kappa_1} = m^{0{,}198} = 1{,}58$

6. Реальные газы. Фазовые переходы

6.8 $\eta = \frac{mb}{4\mu V} = 9{,}3 \cdot 10^{-3}$

6.9 $\Delta P = \frac{a\rho^2}{\mu^2} = 1{,}7 \cdot 10^9$ Па

6.10 $\frac{P'}{P} = \frac{1}{\frac{RTV^2\mu^2}{(V\mu - mb)am} - 1} = 4{,}9 \cdot 10^{-2}$

6.11 $T = \dfrac{\left(P + \dfrac{a}{V^2}\nu^2\right)(V - \nu b)}{\nu R} = 354\ K$

6.12 $T = \dfrac{\left(P + \dfrac{a}{V^2}\nu^2\right)(V - \nu b)}{\nu R} = 396\ K$

6.13 $P = \dfrac{\nu RT}{V - \nu b} - \dfrac{a}{V^2}\nu^2 = 4{,}78 \cdot 10^6$ Па ; $P' = \dfrac{\nu RT}{V} = 4{,}99 \cdot 10^6$ Па

6.14 1) $P' = \dfrac{\nu RT}{V} = 8{,}31 \cdot 10^6$ Па ; 2) $P = \dfrac{\nu RT}{V - \nu b} - \dfrac{a}{V^2}\nu^2 = 5{,}68 \cdot 10^6$ Па

6.15 $P(V - \nu b) = \nu RT;\quad \delta = \dfrac{\nu_0 - \nu}{\nu} = \dfrac{Pb}{RT} = 0{,}4 = 40\%$

6.16 $T = \dfrac{\left(P + \dfrac{a\rho^2}{\mu^2}\right)(\mu - \rho b)}{\rho R} = 289\ K$

6.17 $P = \dfrac{\rho RT}{2\mu - \rho b} - \dfrac{a\rho^2}{4\mu^2} = 544$ МПа

6.18 $\dfrac{T_2}{T_1} = \dfrac{2P_1 + \dfrac{a\nu^2}{V^2}}{P_1 + \dfrac{a\nu^2}{V^2}} = 1{,}85$

6.19 $a = \dfrac{27T_{kp}^2 R^2}{64P_{kp}} = 0{,}136\ \dfrac{\text{Па} \cdot \text{м}^6}{\text{моль}^2};\quad b = \dfrac{T_{kp}R}{8P_{kp}} = 3{,}86 \cdot 10^{-5}\ \dfrac{\text{м}^3}{\text{моль}}$

6.20 $V_{kp} = 3b\dfrac{m}{\mu} = 1{,}48 \cdot 10^{-6}\ \text{м}^3$

6.21 $v_{kp}^{уд} = \dfrac{3RT_{kp}}{8\mu P_{kp}} = 3{,}08 \cdot 10^{-3}\ \text{м}^3/\text{кг}$

6.22 $\rho_{kp} = \dfrac{8P_{kp}\mu}{3RT_{kp}} = 242\ \text{кг}/\text{м}^3$

6.23 $V_{max} = \dfrac{3RT_{kp}}{8P_{kp}} = 9{,}1 \cdot 10^{-5}\ \text{м}^3$

6.24 $P' = \dfrac{27T_{kp}^2 P_0^2}{64P_{kp}T_0^2} = 1{,}3 \cdot 10^5$ Па ; где $P_0 = 10^5$ Па, $T_0 = 273$ К

6.25 $\dfrac{n_{kp}}{n_0} = \dfrac{RT_0}{3bP_0} = 196$, где $P_0 = 10^5$ Па, $T_0 = 273$ К

6.26 $\eta = \dfrac{8\mu P_{kp}}{3T_{kp}\rho R} = 0{,}25$

6.27 $\dfrac{P_{kp}}{P} = 1{,}5$

6.28 $\dfrac{P}{P_{kp}} = 2{,}45$

6.29 $T = \dfrac{35a}{108bR} = 330\ K$

6.30 $\dfrac{P}{P_{kp}} = 5$

6.31 $a = \dfrac{3R\Delta T}{\nu\left(\dfrac{1}{V_1} - \dfrac{1}{V_2}\right)} = 0{,}365\ \dfrac{Па \cdot м^6}{моль^2}$

6.32 $\Delta T = \dfrac{2am\left(\dfrac{1}{V_2} - \dfrac{1}{V_1}\right)}{5R\mu} = -2{,}09\ K$

6.33 $A = RT\ln\dfrac{V_2}{V_1} + a\left(\dfrac{1}{V_2} - \dfrac{1}{V_1}\right) = 5660\ Дж$

6.34 $A = \dfrac{am^2}{\mu^2}\left(\dfrac{1}{V_1} - \dfrac{1}{V_2}\right) = 1{,}678\ Дж$

6.35 $Q = \dfrac{am^2}{\mu^2}\left(\dfrac{1}{V_1} - \dfrac{1}{V_2}\right) = 58{,}5\ Дж$

6.36 1) $U' = 3\dfrac{m}{\mu}RT_0 = 20{,}42\ кДж$; 2) $U = \dfrac{m}{\mu}\left(3RT_0 - \dfrac{aP_0}{RT_0}\right) = 20{,}37\ кДж$,

где $P_0 = 10^5$ Па, $T_0 = 273$ K

6.37 $\delta = \dfrac{1}{\dfrac{5RTV}{2a\nu} - 1} = 0{,}103$

6.38 $\Delta U = a\nu\left(\dfrac{1}{V_1} - \dfrac{1}{V_2}\right) = 967{,}2\ Дж$

6.39 $\Delta U = a\left(\dfrac{1}{V_1} - \dfrac{1}{V_2}\right) = 122\ Дж$; $A = RT\ln\left(\dfrac{V_2 - b}{V_1 - b}\right) + a\left(\dfrac{1}{V_2} - \dfrac{1}{V_1}\right) = 3186\ Дж$

6.40 $\Delta S = \dfrac{5}{2}R\ln\left(\dfrac{T_2}{T_1}\right) + R\ln\left(\dfrac{V_2 - b}{V_1 - b}\right) = 14{,}65\ \dfrac{Дж}{K}$

6.41 1) $A = P_{н.п.}(V_2 - V_1) = 9980\ Дж$; 2) $Q = qm = 15000\ Дж$;

3) $\Delta U = Q - A = 5020\ Дж$; 4) $\Delta S = \dfrac{Q}{T} = 33{,}3\ \dfrac{Дж}{K}$

6.42 $\dfrac{V_ж}{V}=\dfrac{n-1}{N-1}$

6.43 $m_п=\dfrac{V\rho-m}{v_п^{уд}\rho-1}=2\cdot10^{-2}кг\ \ V_п=v_п^{уд}\cdot m_п=10^{-3}м^3$

6.44 $\dfrac{V_в}{V_п}=\dfrac{m-\dfrac{P\mu}{RT}V}{\rho V-m}=3{,}92$

6.45 $m_ж=\dfrac{P_0\mu(V_0-V)}{RT}=1{,}97\cdot10^{-3}кг$, где $P_0 = 10^5$ Па

6.46 $\Delta S=\dfrac{qm}{T_k}=6{,}06\ \dfrac{кДж}{К}$; $\Delta U=m\left(q-\dfrac{RT_k}{\mu}\right)=2{,}09$ МДж; где $T_к = 373$ К

6.47 $h=\dfrac{[Q-c^{уд}m(T_k-T)]RT_k}{P_0S\mu q}=0{,}21$ м, где $T_к = 373$ К, $P_0 = 10^5$ Па

6.48 $A=\dfrac{c^{уд}m_2(T_k-T_2)RT_k}{\mu q}=25$ Дж, где $T_к = 373$ К

6.49 $v_п^{уд}=\dfrac{q\Delta T}{\Delta PT_k}=0{,}17\ \dfrac{м^3}{кг}$, где $T_к = 373$ К

6.50 $\Delta T=-\dfrac{\Delta PT_0\Delta v^{уд}}{q}=-0{,}0074$ К, где $T_0 = 273$ К

6.51 $q=\dfrac{R\ln(P_2/P_1)}{\mu\left(\dfrac{1}{T_1}-\dfrac{1}{T_2}\right)}=3\cdot10^5\ \dfrac{Дж}{кг}$

6.52 $\Delta T=\dfrac{T_k}{\dfrac{q\mu}{RT_k\ln2}-1}=20{,}8$ К, где $T_к = 373$ К

6.53 $P_2=P_1\exp\left[\dfrac{q\mu}{R}\left(\dfrac{1}{T_1}-\dfrac{1}{T_2}\right)\right]=9260$ Па

6.54 $\Delta S=\dfrac{Rm\ln(P_2/P_1)}{\left(\dfrac{1}{T_1}-\dfrac{1}{T_2}\right)T\mu}=1{,}6\ \dfrac{Дж}{К}$

6.55 $\Delta T=\dfrac{\Delta P\mu\nu}{\Delta S}\left(\dfrac{1}{\rho_в}-\dfrac{1}{\rho_л}\right)=-0{,}009$ К

6.56 $\Delta P=\dfrac{\Delta SP_{н1}}{\nu RT_1}(T_2-T_1)=4{,}6\cdot10^{-3}$ мм рт.ст.

6.57 $\Delta S=m\left(\dfrac{q_1}{T_1}+c^{уд}\ln\dfrac{T_2}{T_1}+\dfrac{q_2}{T_2}\right)=8{,}6\ \dfrac{кДж}{К}$

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Значения интегралов

$$\int_0^\infty e^{-\alpha x}dx = \frac{1}{\alpha},$$

$$\int_0^\infty xe^{-\alpha x}dx = \frac{1}{\alpha^2},$$

$$\int_0^\infty xe^{-\alpha x^2}dx = \frac{1}{2\alpha},$$

$$\int_0^\infty x^2e^{-\alpha x^2}dx = \frac{\sqrt{\pi}}{4}\alpha^{-3/2},$$

$$\int_0^\infty x^3e^{-\alpha x^2}dx = \frac{1}{2}\alpha^{-2},$$

$$\int_0^\infty x^4e^{-\alpha x^2}dx = \frac{3}{8}\sqrt{\pi}\,\alpha^{-5/2},$$

$$\int_0^\infty x^{3/2}\cdot e^{-\alpha x^2}dx = \frac{3}{4}\sqrt{\pi}\,\alpha^{-5/2}.$$

Таблица 2

Интеграл ошибок в интервале $0 \le x \le 3$

X	Ф(x)	X	Ф(x)	X	Ф(x)
0	0	0,6	0,6039	1,4	0,9523
0,05	0,0564	0,65	0,642	1,5	0,9661
0,1	0,1125	0,7	0,6778	1,6	0,9764
0,15	0,168	0,75	0,7112	1,7	0,9838
0,2	0,2227	0,8	0,7421	1,8	0,9891
0,25	0,2763	0,85	0,7707	1,9	0,9928
0,3	0,3286	0,9	0,7969	2	0,9953
0,35	0,3794	0,95	0,8209	2,2	0,9981
0,4	0,4284	1	0,8427	2,4	0,99931
0,45	0,4755	1,1	0,8802	2,6	0,99976
0,5	0,5205	1,2	0,9103	2,8	0,999925
0,55	0.5633	1,3	0,934	3	0,999978

Варианты расчетной работы № 2 (начало)

№ Вар	Идеальный газ	Первое начало термодинамики	Второе начало термодинамики
1	**1.17; 1.40; 1.71**	**2.11; 2.55; 2.71**	**3.11; 3.33; 3.84**
2	**1.21; 1.48; 1.95**	**2.26; 2.56; 2.72**	**3.26; 3.39; 3.70**
3	**1.31; 1.56; 1.78**	**2.12; 2.54; 2.74**	**3.12; 3.37; 3.83(а)**
4	**1.18; 1.43; 1.89**	**2.27; 2.57; 2.74**	**3.27; 3.40; 3.69**
5	**1.22; 1.55; 1.77**	**2.13; 2.53; 2.75**	**3.13; 3.45; 3.83(б)**
6	**1.33; 1.60; 1.94**	**2.28; 2.58; 2.76**	**3.28; 3.41; 3.68**
7	**1.19; 1.49; 1.85**	**2.14; 2.52; 2.77**	**3.14; 3.50; 3.82**
8	**1.23; 1.57; 1.76**	**2.29; 2.59; 2.78**	**3.21; 3.42; 3.67**
9	**1.39; 1.70; 1.87**	**2.16; 2.51; 2.79**	**3.15; 3.52; 3.81**
10	**1.10; 1.47; 1.84**	**2.30; 2.61; 2.80**	**3.22; 3.43; 3.66**
11	**1.27; 1.61; 1.83**	**2.16; 2.50; 2.81**	**3.16; 3.29; 3.80**
12	**1.38; 1.62; 1.75**	**2.31; 2.60; 2.82**	**3.23; 3.44; 3.65**
13	**1.11; 1.44; 1.82**	**2.17; 2.49; 2.83**	**3.17; 3.30; 3.79**
14	**1.28; 1.58; 1.81**	**2.32; 2.63; 2.84**	**3.24; 3.45; 3.64**
15	**1.37; 1.40; 1.89**	**2.18; 2.48; 2.85**	**3.18; 3.32; 3.78**
16	**1.12; 1.50; 1.73**	**2.33; 2.62; 2.86**	**3.25; 3.46; 3.63**
17	**1.29; 1.59; 1.94**	**2.19; 2.47; 2.87**	**3.19; 3.35; 3.77**
18	**1.36; 1.66; 1.74**	**2.34; 2.65; 2.88**	**3.26; 3.47; 3.62**
19	**1.13; 1.54; 1.93**	**2.20; 2.46; 2.89**	**3;20; 3.37; 3.76**
20	**1.26; 1.62; 1.79**	**2.35; 2.64; 2.90**	**3.27; 3.48; 3.61**
21	**1.35; 1.42; 1.88**	**2.21; 2.45; 2.91**	**3.21; 3.36; 3.75**
22	**1.14; 1.46; 1.72**	**2.36; 2.67; 2.92**	**3.28; 3.49; 3.60**
23	**1.25; 1.53; 1.91**	**2.22; 2.44; 2.93**	**3.22; 3.53; 3.74**
24	**1.34; 1.65; 1.80**	**2.37; 2.66; 2.78**	**3.17; 3.31; 3.59**
25	**1.15; 1.45; 1.86**	**2.23; 2.43; 2.80**	**3.23; 3.50; 3.73**
26	**1.24; 1.52; 1.90**	**2.38; 2.69; 2.86**	**3.20; 3.38; 3.58**
27	**1.32; 1.64; 1.80**	**2.24; 2.42; 2.71**	**3.24; 3.51; 3.72**
28	**1.16; 1.41; 1.96**	**2.39; 2.68; 2.90**	**3.19; 3.34; 3.57**
29	**1.30; 1.63; 1.90**	**2.25; 2.41; 2.85**	**3.25; 3.52; 3.71**
30	**1.20; 1.51; 1.92**	**2.40; 2.70; 2.89**	**3.18; 3.33; 3.56**

Варианты расчетной работы № 2 (продолжение)

№ Вар	Элементы статистической физики	Явления переноса	Реальные газы. Фазовые переходы
1	**4.15; 4.81; 4.92**	**5.9; 5.46; 5.61**	**6.8; 6.41; 6.52**
2	**4.31; 4.66; 4.83**	**5.10; 5.45; 5.62**	**6.9; 6.40; 6.51**
3	**4.17; 4.80; 4.93**	**5.11; 5.44; 5.72**	**6.10; 6.39; 6.50**
4	**4.32; 4.65; 4.84**	**5.12; 5.43; 5.73**	**6.11; 6.38; 6.49**
5	**4.18; 4.79; 4.94**	**5.13; 5.42; 5.74**	**6.12; 6.37; 6.48**
6	**4.33; 4.64; 4.85**	**5.14; 5.41; 5.75**	**6.13; 6.36; 6.47**
7	**4.19; 4.78; 4.95**	**5.15; 5.40; 5.76**	**6.14; 6.35; 6.46**
8	**4.34; 4.63; 4.86**	**5.16; 5.39; 5.63**	**6.15; 6.34; 6.45**
9	**4.20; 4.77; 4.96**	**5.17; 5.38; 5.64**	**6.16; 6.33; 6;44**
10	**4.35; 4.62; 4.87**	**5.18; 5.37; 5;65**	**6.17; 6.32; 6;43**
11	**4.21; 4.76; 4.94**	**5.19; 5.35; 5.66**	**6.18; 6.31; 6.42**
12	**4.36; 4.61; 4.88**	**5.20; 5.34; 5.67**	**6.19; 6.48; 6.53**
13	**4.22; 4.75; 4.82**	**5.21; 5.63; 5.82**	**6.20; 6.47; 6.54**
14	**4.37; 4.60; 4.91**	**5.22; 5.64; 5.83**	**6.21; 6.46; 6.55**
15	**4.23; 4.74; 4.83**	**5.10; 5.65; 5.84**	**6.22; 6.45; 6.56**
16	**4.38; 4.59; 4.92**	**5.24; 5.50; 5.85**	**6.23; 6.44; 6.57**
17	**4.24; 4.73; 4.84**	**5.25; 5.51; 5.86**	**6.24; 6.43; 6.49**
18	**4.39; 4.58; 4.89**	**5.18; 5.52; 5.87**	**6.25; 6.42; 6.50**
19	**4.25; 4.72; 4.85**	**5.26; 5.53; 5.88**	**6.26; 6.41; 6.51**
20	**4.40; 4.57; 4.90**	**5.27; 5.54; 5.89**	**6.27; 6.40; 6.52**
21	**4.26; 4.71; 4.86**	**5.28; 5.55; 5.90**	**6.28; 6.39; 6.53**
22	**4.41; 4.56; 4.91**	**5.29; 5.56; 5.70**	**6.29; 6;38; 6.54**
23	**4.27; 4.70; 4.87**	**5.30; 5.47; 5.71**	**6.30; 6.37; 6.55**
24	**4.42; 4.55; 4.92**	**5.24; 5.39; 5.68**	**6.13; 6.36; 6.56**
25	**4.28; 4.69; 4.88**	**5.31; 5.49; 5.77**	**6.14; 6.35; 6.57**
26	**4.43; 4.54; 4.93**	**5.32; 5.57; 5.78**	**6.16; 6.34; 6.48**
27	**4.29; 4.68; 4.89**	**5.14; 5.58; 5.79**	**6.18; 6.33; 6.47**
28	**4.44; 4.53; 4.95**	**5.33; 5.59; 5.80**	**6.27; 6.32; 6.46**
29	**4.30; 4.67; 4.90**	**5.23; 5.60; 5.81**	**6.25; 6.31; 6.45**
30	**4.45; 4.52; 4.82**	**5.10; 5.40; 5.88**	**6.13; 6.36; 6.50**

ЛИТЕРАТУРА

1. Курс физики т. 1. Савельев И.В. - М., Наука, 1989 г.

2. Курс физики. Детлаф А.А., Яворский Б.М. - М., Высшая школа, 1989 г.

3. Молекулярная физика. Кикоин А.К., Кикоин И.К. - М., Наука, 1976 г.

4. Лекции по физике. Часть 1. Механика и молекулярная физика. Бреус С.Н. - М., МАИ, 2001 г.

5. Физические величины. Чертов А.Г. - М., Высшая школа, 1990 г.

6. Практический курс физики. Молекулярная физика и термодинамика/ Под. ред. Мартыненко Т.П. - М., МАИ, 2000 г.

7. Решение задач по механике, молекулярной физике и термодинамике. Анисимов В.М., Лаушкина Л.А., Солохина Г.Э., Третьякова О.Н. - М., МАИ, 1996 г.

8. Задачник по общей физике. Иродов И.Е. - М., Наука, 1985 г.

9. Задачник по физике. Чертов А.Г., Воробьев А.А. - М., Высшая школа, 1988 г.

10. Сборник задач по общему курсу физики. Волькенштейн В.С. - М., Наука, 1985 г.

Учебное издание

Людмила Андреевна Лаушкина
Галина Энгелевна Солохина
Мария Владимировна Черкасова

ПРАКТИЧЕСКИЙ КУРС ФИЗИКИ

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА